



MODELOWANIE PROCESÓW PRODUKCYJNYCH

ŁUKASZ PAŚKO | 2025/2026



**WYDZIAŁ
BUDOWY MASZYN
I LOTNICTWA**
POLITECHNIKI RZESZOWSKIEJ



**POLITECHNIKA
RZESZOWSKA**
im. IGNACEGO ŁUKASIEWICZA

SIECI PETRIEGO cz. 2

LABORATORIUM 2

Przypomnienie

Uzasadnienie istotności modelowania procesów

- Prawidłowe opracowanie procesu technologicznego może być trudne i złożone, w szczególności gdy chodzi o zrobotyzowane procesy technologiczne (kosztowne wyposażenie w środki techniczne).
- W celu uniknięcia strat należy zminimalizować możliwość powstania błędów podczas projektowania procesu technologicznego.
- **Modelowanie procesu technologicznego pozwala na odtworzenie jego przebiegu w postaci modelu.**
- **Symulacja procesu na podstawie opracowanego modelu daje możliwość śledzenia zmian zachodzących w procesie.**

To pozwala na analizę procesu technologicznego i wykrycie potencjalnych błędów.



TREŚĆ PRZYKŁADÓW

- lukaspasko.v.prz.edu.pl
 - Materiały do pobrania
 - Modelowanie procesów produkcyjnych
 - Laboratorium 2
 - Hasło: Wiedza!22

- I. Narysowanie sieci Petriego (wraz z opisem miejsc i przejść);
- II. Analiza grafu znakowań osiągalnych, aby ustalić prawidłowy cykl pracy i zidentyfikować potencjalne problemy (np. zablokowanie sieci Petriego);
- III. Uzupelnienie sieci Petriego o zabezpieczenia przed zablokowaniem (jeśli są konieczne).

Treść przykładu nr 1

Utwórz model zrobotyzowanego gniazda produkcyjnego stosując sieć Petriego. Gniazdo produkcyjne składa się z robota, obrabiarki oraz dwóch palet (na paletce 1 znajdują się 4 przedmioty, a paleta 2 jest pusta). Paleta 1 przeznaczona jest na przedmioty przed obróbką, a na paletce 2 są składowane przedmioty po obróbce. Robot pobiera przedmiot z palety 1 i przenosi go na obrabiarkę. Po zamocowaniu przedmiotu obrabiarka rozpoczyna pracę. Gdy obróbka dobiegnie końca, robot pobiera obrobiony przedmiot i przenosi go na paletę 2. Przyjmij, że robot może przenosić w danej chwili jeden przedmiot, a obrabiarka może obrabiać również jeden przedmiot. Wykonaj analizę poprawności modelu stosując graf znakowań osiągalnych.

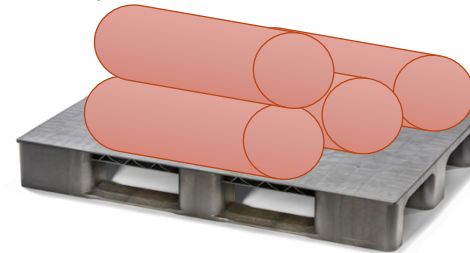


Obrabiarka



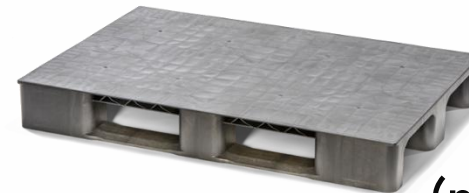
Robot

Przedmioty do obróbki (4 szt.)



Paleta 1

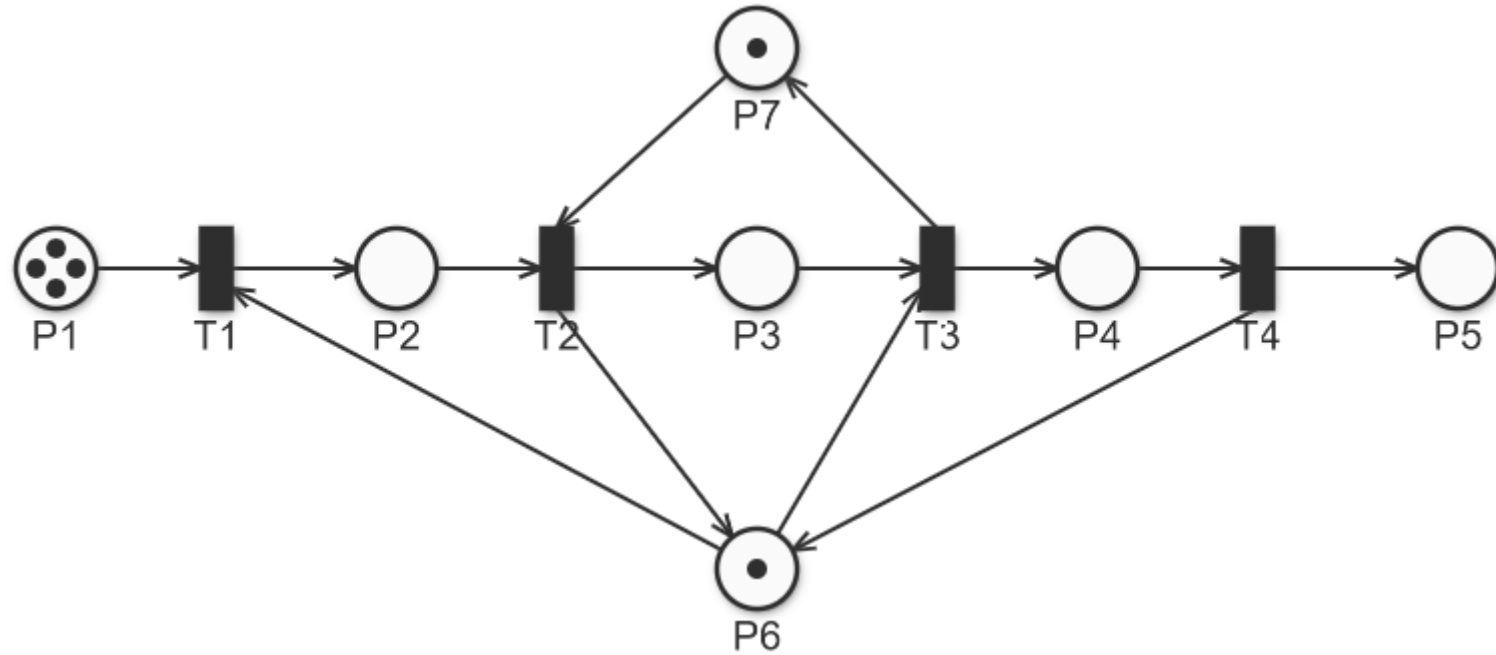
(na przedmioty przed obróbką)



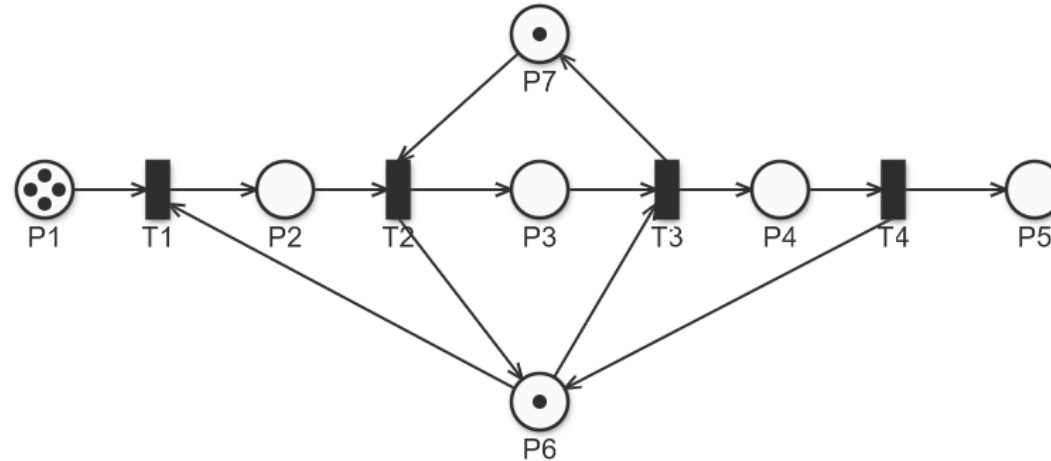
Paleta 2

(na przedmioty po obróbce)

Wstępna sieć Petriego do przykładu nr 1



Lista miejsc i przejść do przykładu nr 1



P1 – stan palety 1 (liczba przedmiotów oczekujących na paletcie i gotowych do załadunku)

P2 – stan przedmiotu w czasie transportu z palety 1 do obrabiarki

P3 – stan przedmiotu w trackie obróbki na obrabiarce

P4 – stan przedmiotu w czasie transportu z obrabiarki na paletę 2

P5 – stan palety 2 (liczba przedmiotów po obróbce)

P6 – robot w stanie gotowości do podjęcia czynności transportowych

P7 – obrabiarka jest wolna

T1 – początek transportu przedmiotu z palety 1 na obrabiarkę (robot pobiera przedmiot z palety 1)

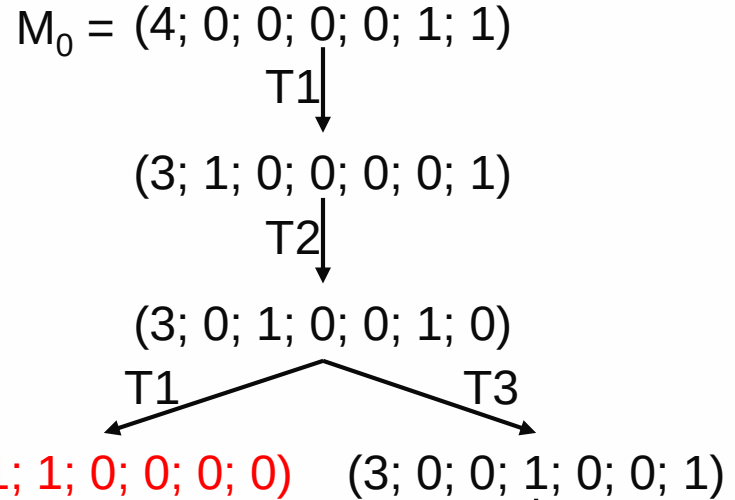
T2 – zakończenie transportu na obrabiarkę i początek pracy obrabiarki

T3 – zakończenie pracy obrabiarki i początek transportu przedmiotu na paletę 2

T4 – zakończenie transportu na paletę 2 (robot odkłada przedmiot na paletę 2)

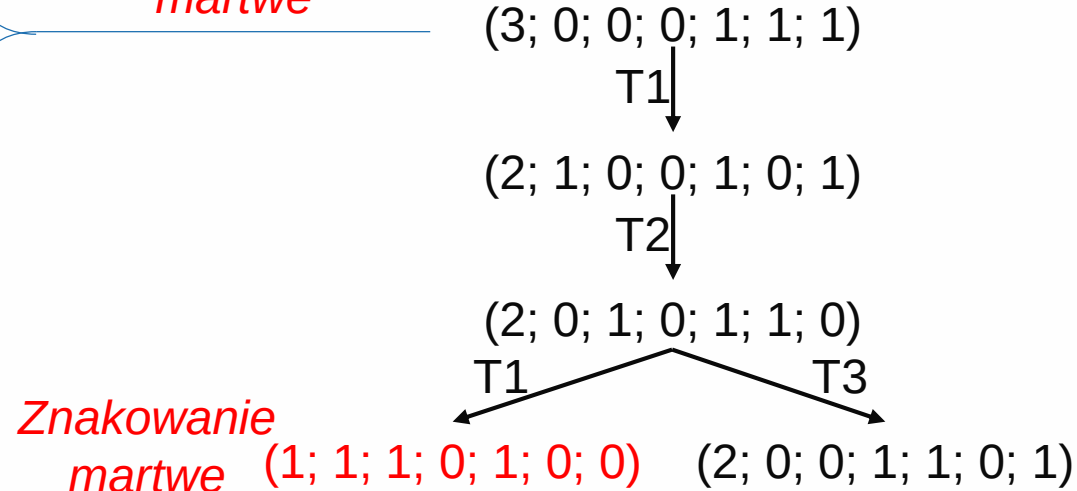
Graf znakowań osiągalnych do przykładu 1

Pierwszy cykl pracy gniazda produkcyjnego



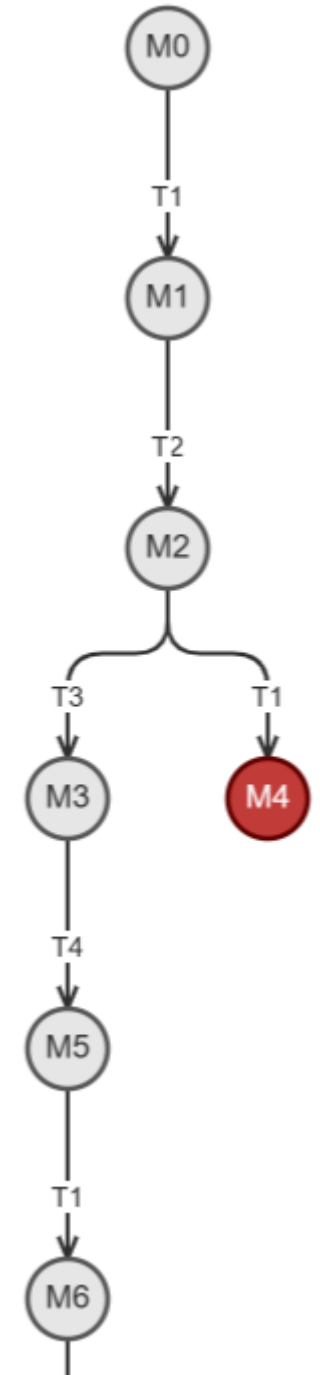
Znakowanie martwe

Drugi cykl pracy gniazda produkcyjnego



Znakowanie martwe

i tak dalej aż do znakowania $(0; 0; 0; 0; 4; 1; 1)$



Tworzenie grafu znakowań osiągalnych

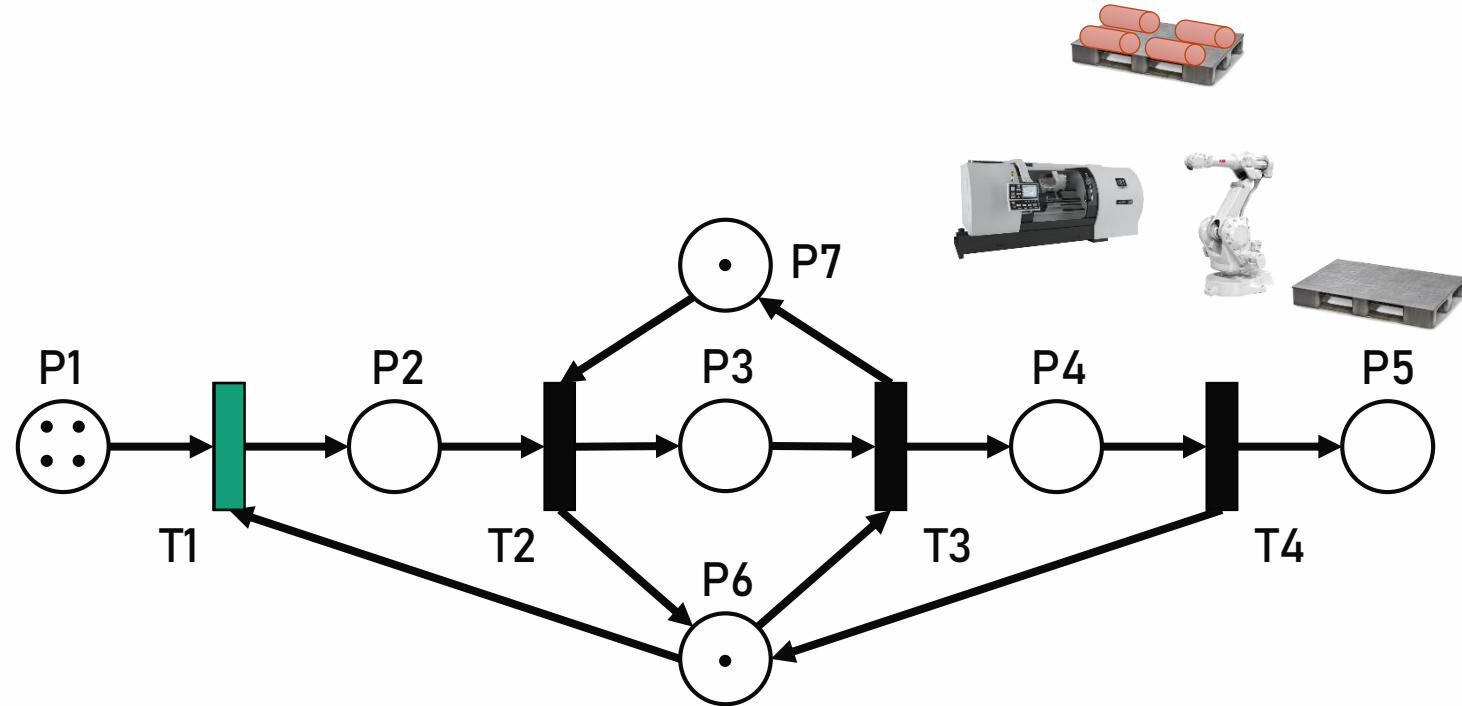
$$M_0 = (4; 0; 0; 0; 0; 1; 1)$$

$T1 \downarrow$

Na szczycie grafu umieszczamy wektor znakowania początkowego.

Analizujemy bieżące znakowanie sieci, w celu znalezienia tranzycji gotowych do odpalenia.

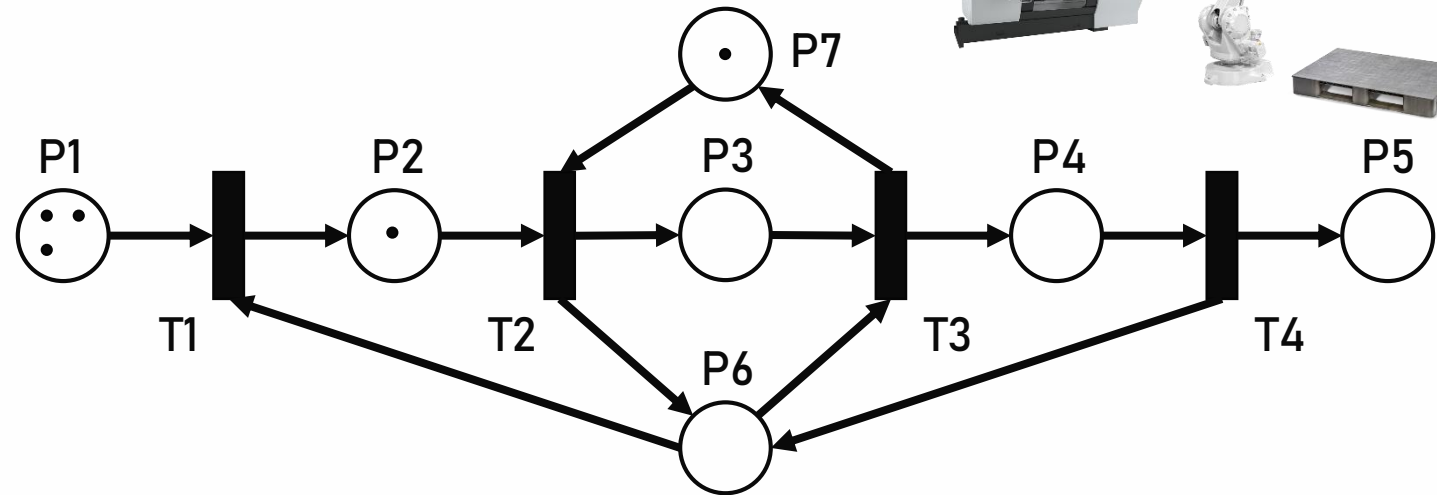
Dla każdej tranzycji gotowej do odpalenia rysujemy strzałkę wychodzącą ze znakowania początkowego.



Tworzenie grafu znakowań osiągalnych

Wyznaczony po odpaleniu T1 stan sieci pokazuje, że:

- Na Paletcie 1 pozostają 3 przedmioty,
- 1 przedmiot jest transportowany przez robota na obrabiarkę,
- Obrabiarka jest wolna.



Tworzenie grafu znakowań osiągalnych

$$M_0 = (4; 0; 0; 0; 0; 1; 1)$$

T1↓

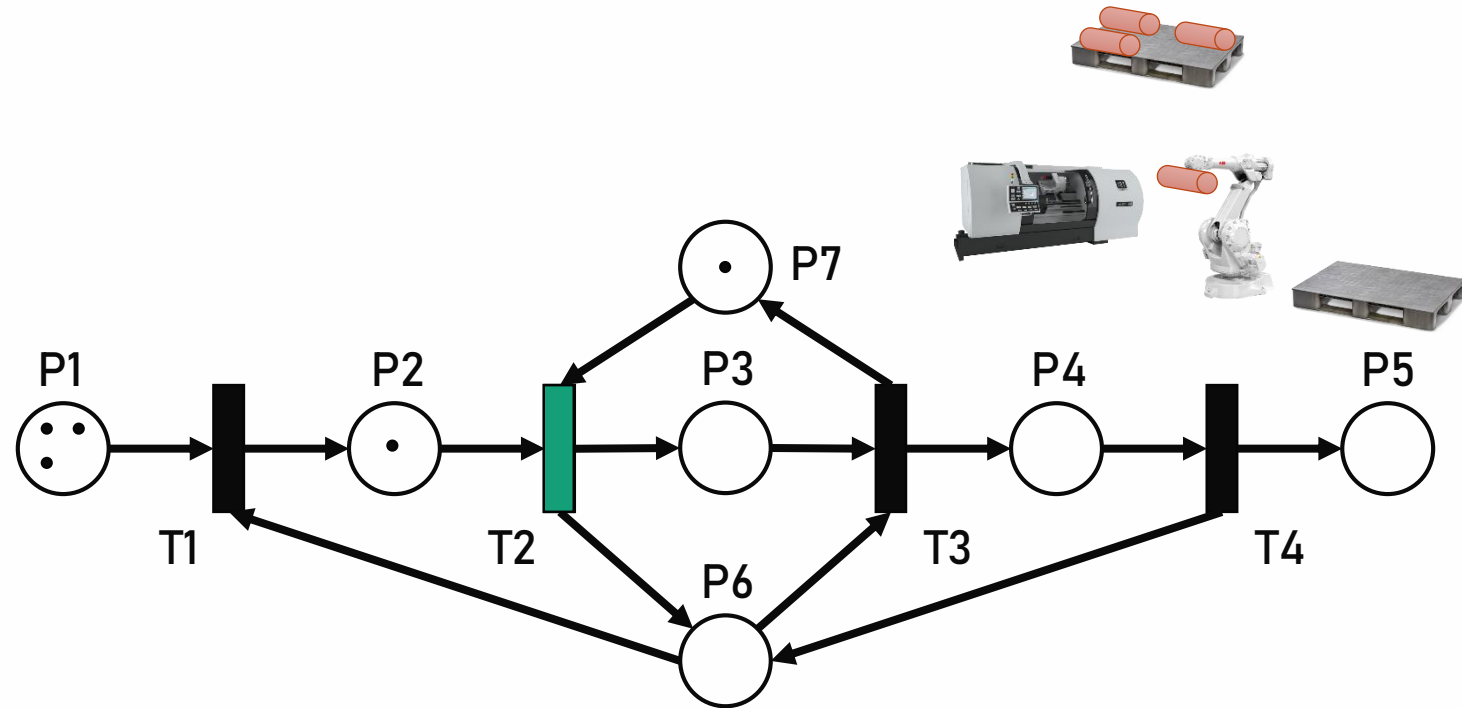
$$(3; 1; 0; 0; 0; 0; 1)$$

T2↓

Wynik odpalenia umieszczamy pod strzałką T1.

Ponownie analizujemy znakowanie sieci, w celu znalezienia tranzycji gotowych do odpalenia.

Ciąg dalszy procedury jest analogiczny jak dla T1.



Tworzenie grafu znakowań osiągalnych

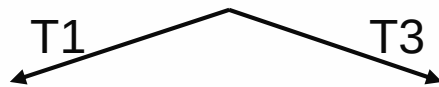
$$M_0 = (4; 0; 0; 0; 0; 1; 1)$$

T1 ↓

$$(3; 1; 0; 0; 0; 0; 1)$$

T2 ↓

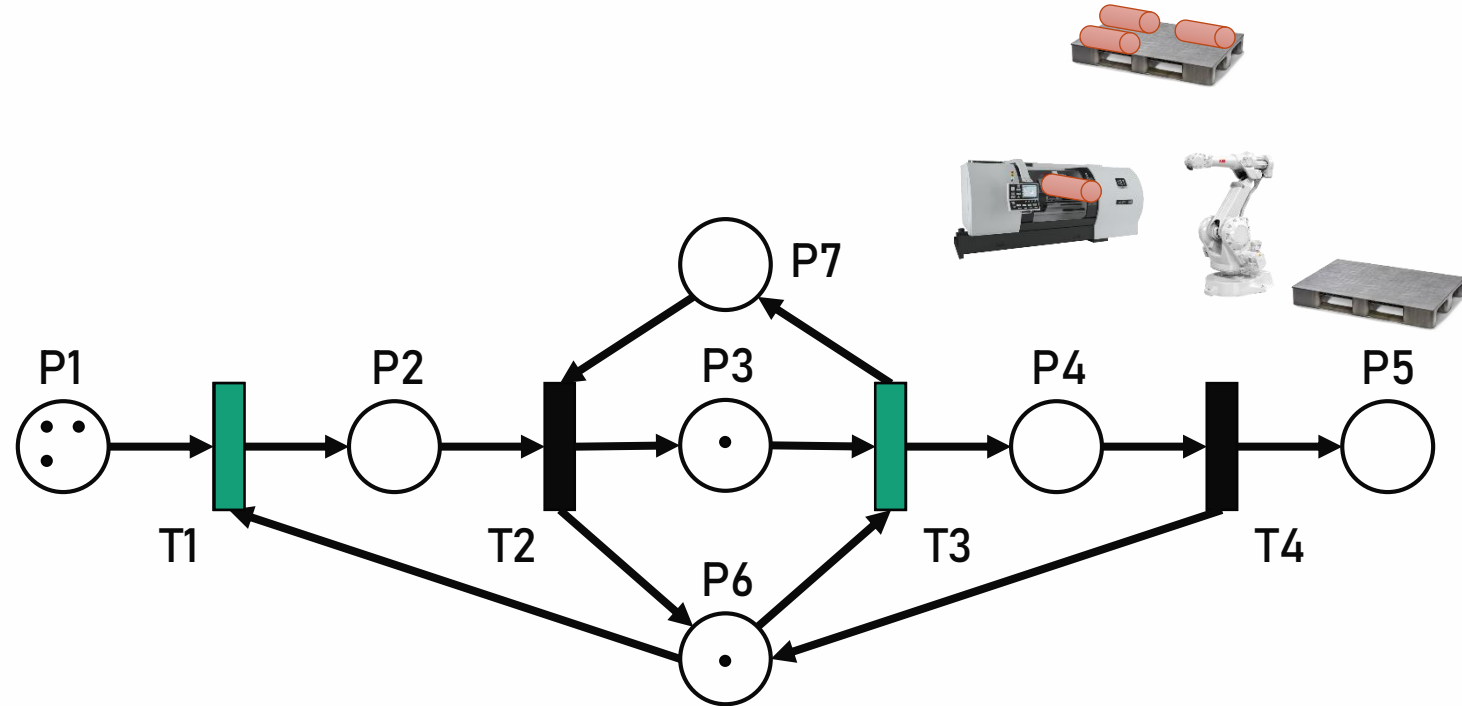
$$(3; 0; 1; 0; 0; 1; 0)$$



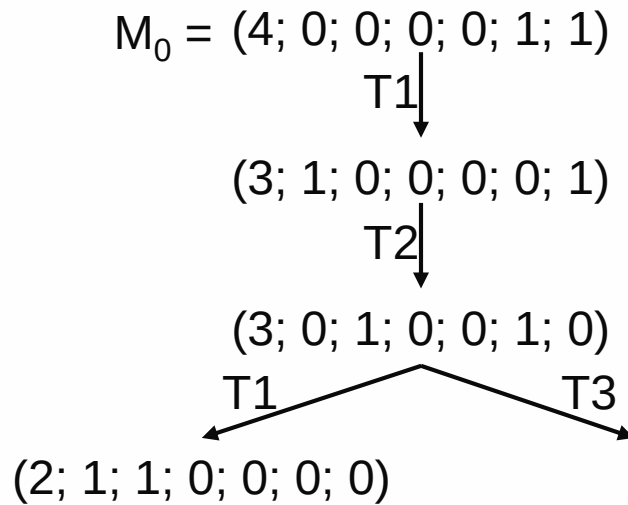
Wynik odpalenia sekwencji T1, T2
umieszczamy pod strzałką T2.

Ponownie analizujemy znakowanie sieci, w
celu znalezienia tranzycji gotowych do
odpalenia.

Graf rozgałęzia się na dwie ścieżki. Analizujemy
najpierw pierwszą z nich, a potem drugą.



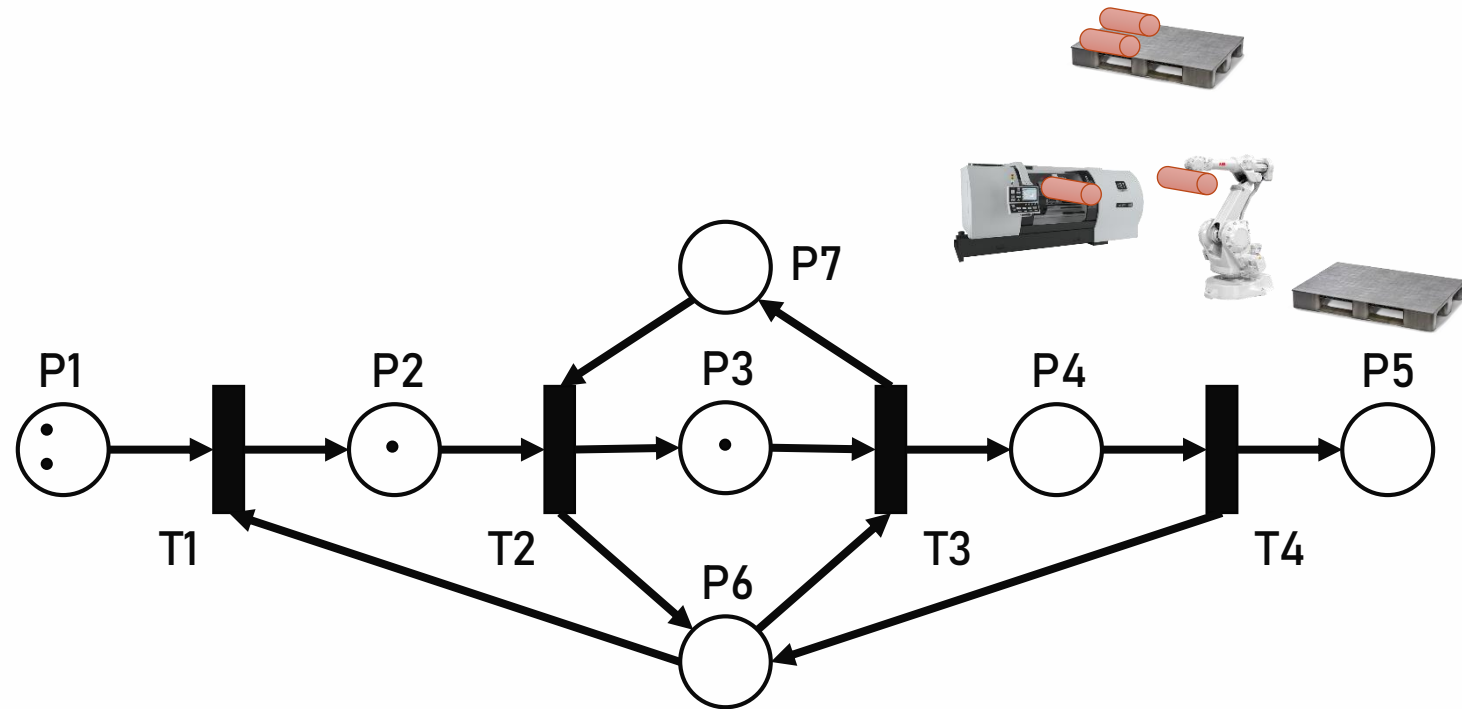
Tworzenie grafu znakowań osiągalnych



Obliczony wynik odpalenia T1, T2, T1 umieszczamy pod strzałką T1.

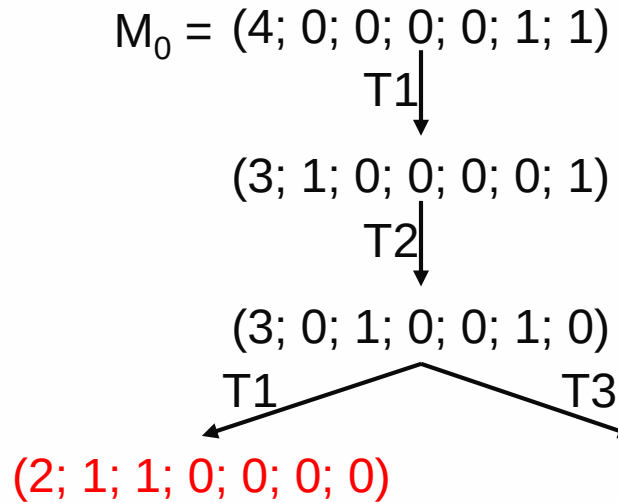
Ponownie analizujemy znakowanie sieci, w celu znalezienia tranzycji gotowych do odpalenia.

Tym razem nie ma możliwości odpalenia tranzycji – otrzymaliśmy tzw. znakowanie martwe. Oznacza ono, że gniazdo produkcyjne zostało zablokowane i nie ma możliwości wykonania jakiegokolwiek ruchu.

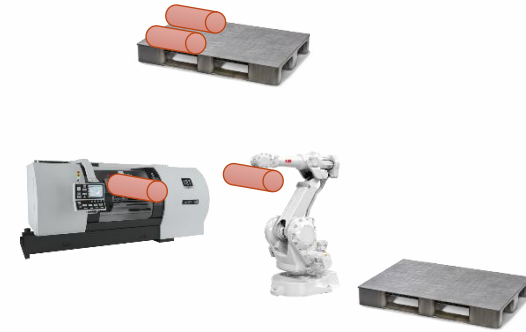
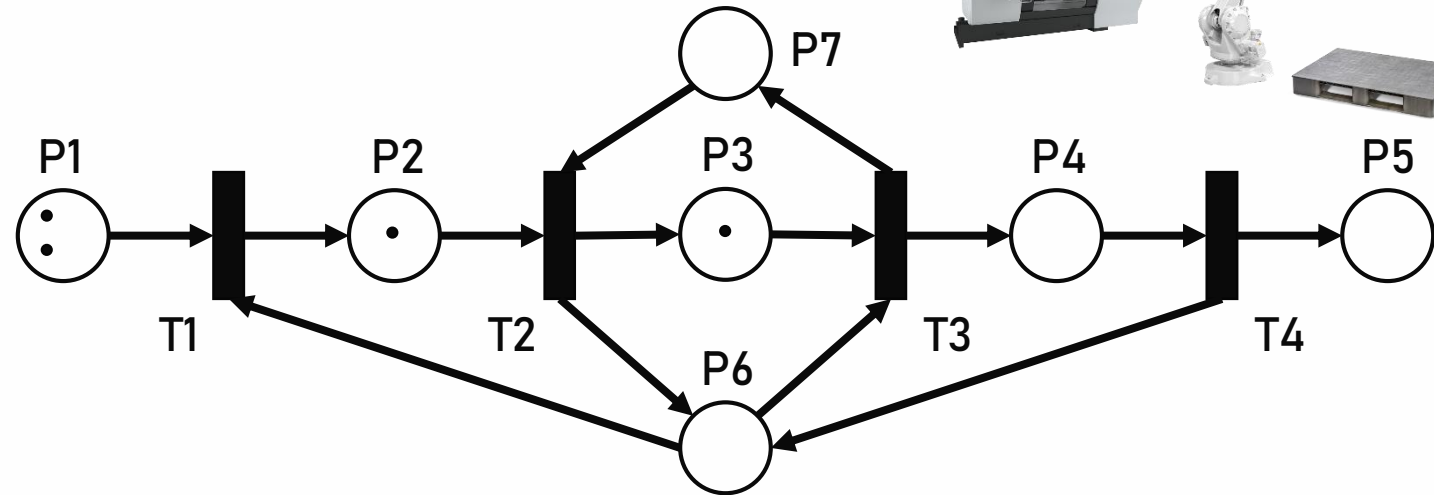


Jednym z celów tworzenia i analizy grafu znakowań osiągalnych jest znalezienie takich właśnie znakowań, które spowodowałyby zablokowanie procesu. Analiza grafu znakowań ułatwia przewidywanie takich sytuacji.

Tworzenie grafu znakowań osiągalnych



Skoro lewa gałąź grafu kończy się znakowaniem martwym, należy przejść na prawą gałąź i kontynuować analizę zgodnie z dotychczasową procedurą.



Analiza grafu znakowań osiągalnych

Pierwszy cykl pracy gniazda produkcyjnego

$$M_0 = (4; 0; 0; 0; 0; 1; 1)$$

T1↓

$$(3; 1; 0; 0; 0; 0; 1)$$

T2↓

$$(3; 0; 1; 0; 0; 1; 0)$$

T1↙

$$(2; 1; 1; 0; 0; 0; 0)$$

Znakowanie martwe

T3↘

$$(3; 0; 0; 1; 0; 0; 1)$$

T4↓

$$(3; 0; 0; 0; 1; 1; 1)$$

T1↓

$$(2; 1; 0; 0; 1; 0; 1)$$

T2↓

$$(2; 0; 1; 0; 1; 1; 0)$$

T1↙

Znakowanie martwe

$$(1; 1; 1; 0; 1; 0; 0)$$

T3↘

$$(2; 0; 0; 1; 1; 0; 1)$$

i tak dalej aż do znakowania (0; 0; 0; 0; 4; 1; 1)

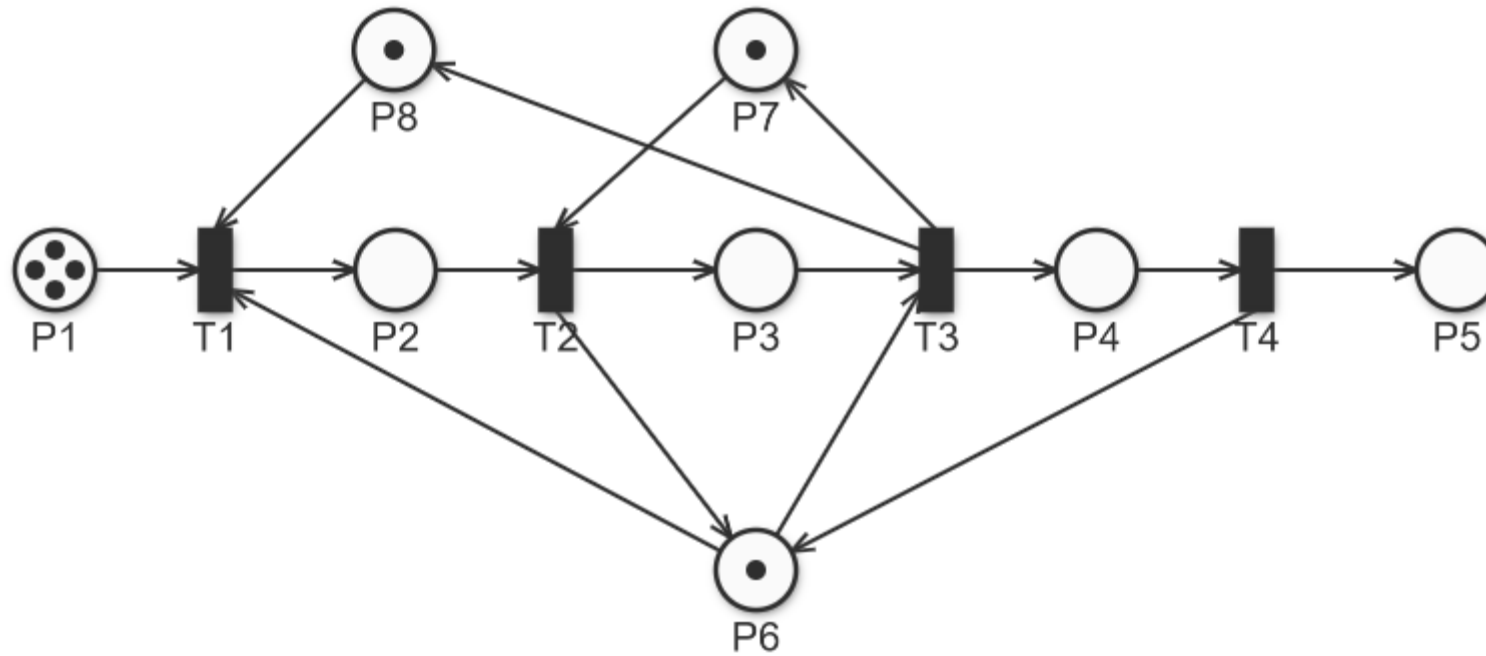
Analiza grafu znakowań osiągalnych:

- Wyznaczanie kolejnych znakowań osiągalnych wykazało, że istnieje jeden prawidłowy ciąg tranzycji: [T1, T2, T3, T4]. Takim ciągiem przejść powinna być opisana prawidłowa praca robota.
- Na grafie znajdują się znakowania martwe, które pokazują, że gniazdo produkcyjne może ulec zablokowaniu. Do zablokowania dojdzie, gdy na obrabiarce znajduje się przedmiot, a robot pobierze kolejny przedmiot z palety.

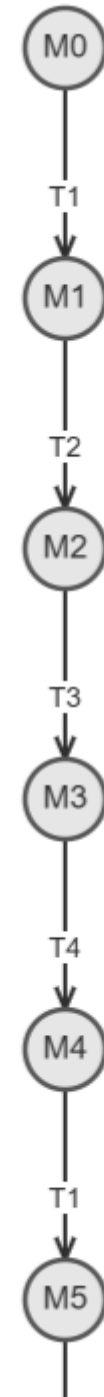
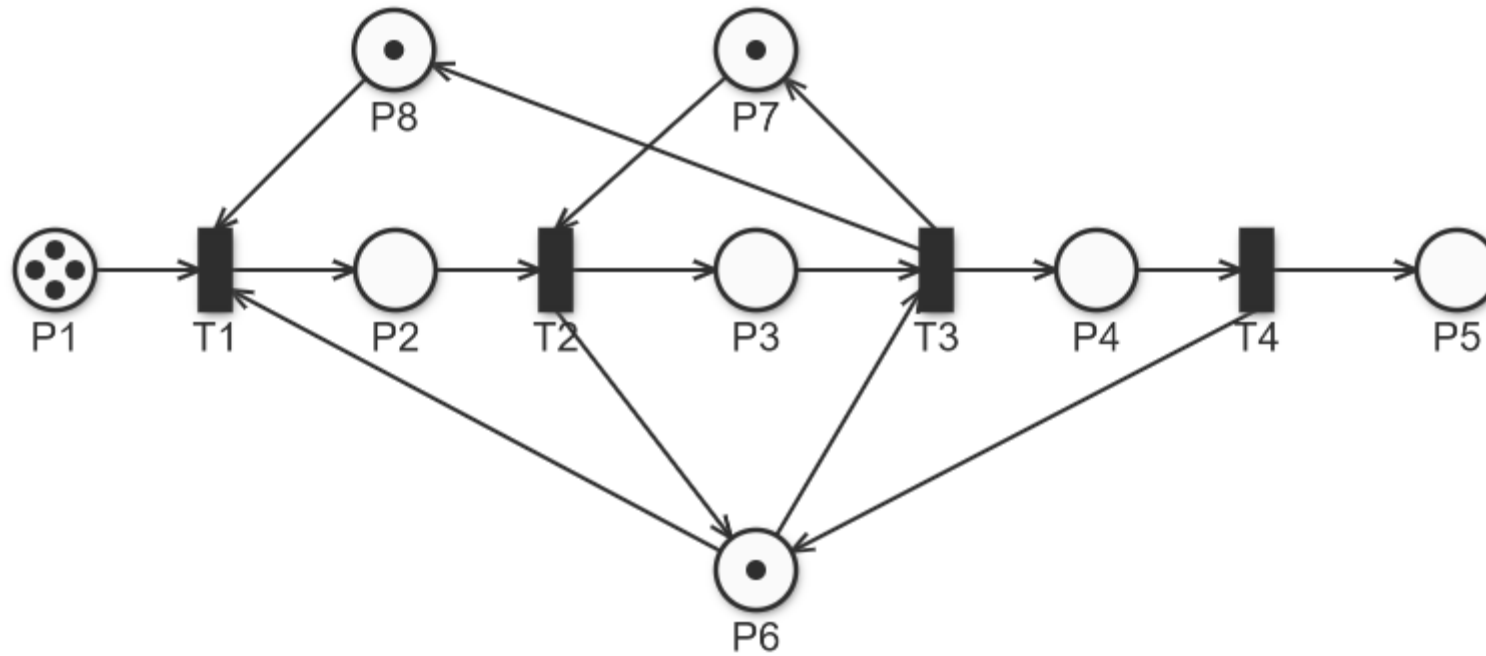
Drugi cykl pracy gniazda produkcyjnego

Uzupełnienie sieci Petriego o miejsce zabezpieczające

P8 – miejsce zabezpieczające przed sytuacją, w której robot bierze kolejny przedmiot z palety 1 w momencie, gdy inny przedmiot jest jeszcze na obrabiarce.



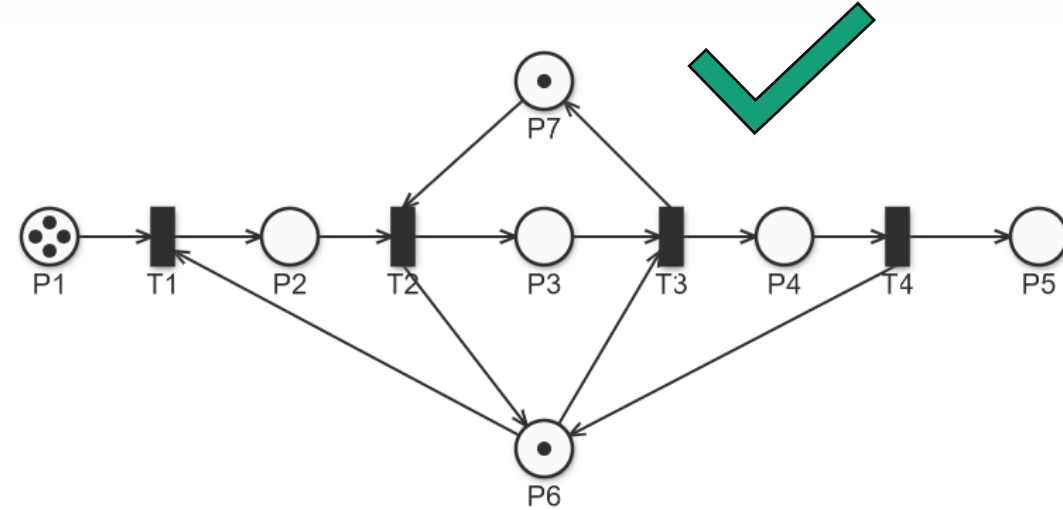
Graf znakowań osiągalnych z miejscem P8



Analiza sieci Petriego

Boundedness (ograniczoność)

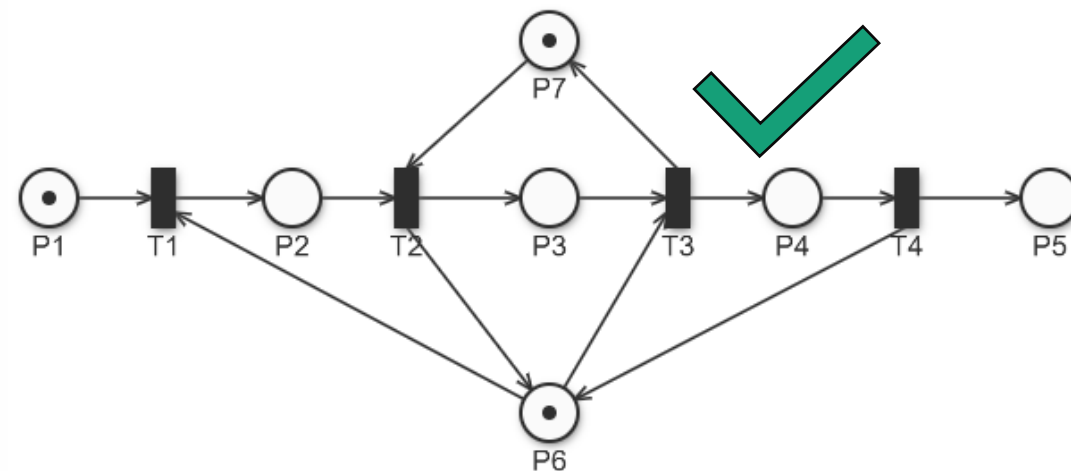
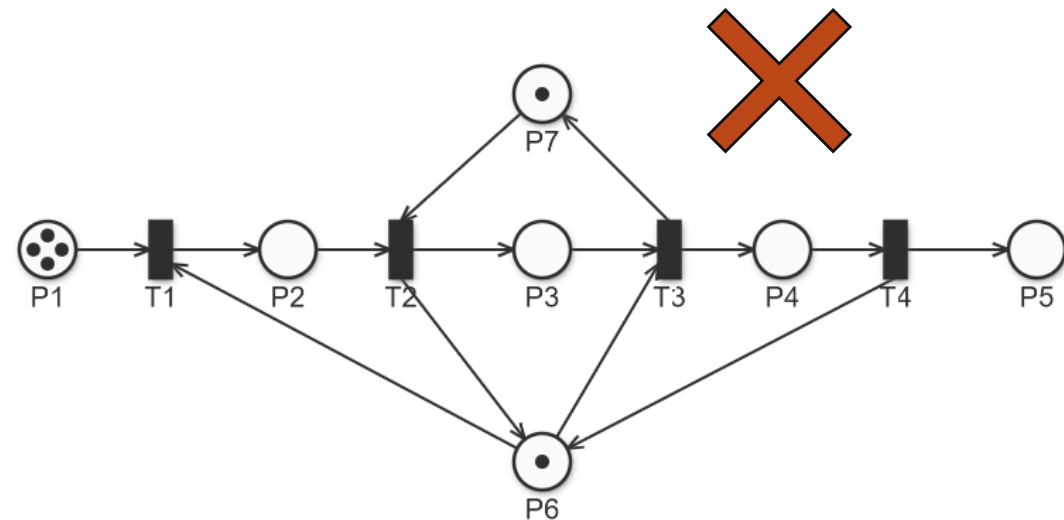
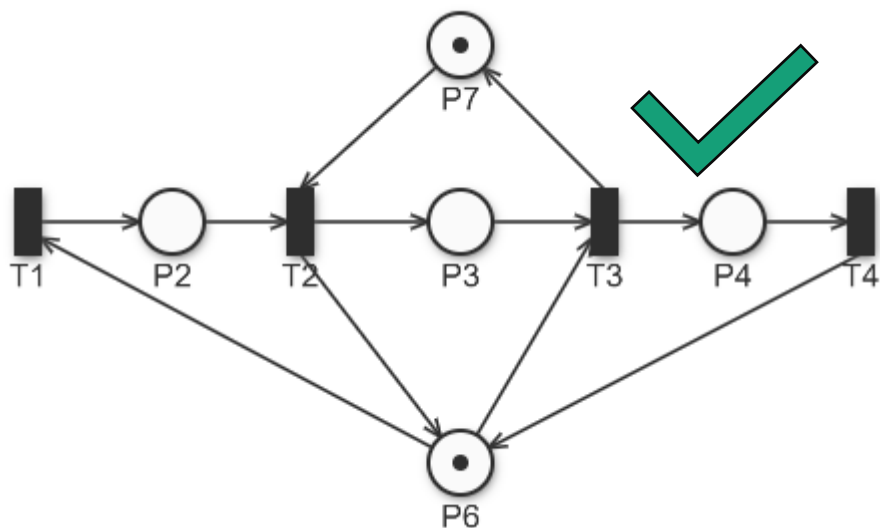
- **Warunek:** sieć jest ograniczona, jeśli w żadnym miejscu liczba znaczników nie rośnie w nieskończoność.
- **Interpretacja w produkcji:**
 - nie zwiększa się liczba detali w gnieździe produkcyjnym,
 - nie ma nieskończonych buforów (palety o nieskończonej pojemności).



Analiza sieci Petriego

Safety (bezpieczeństwo)

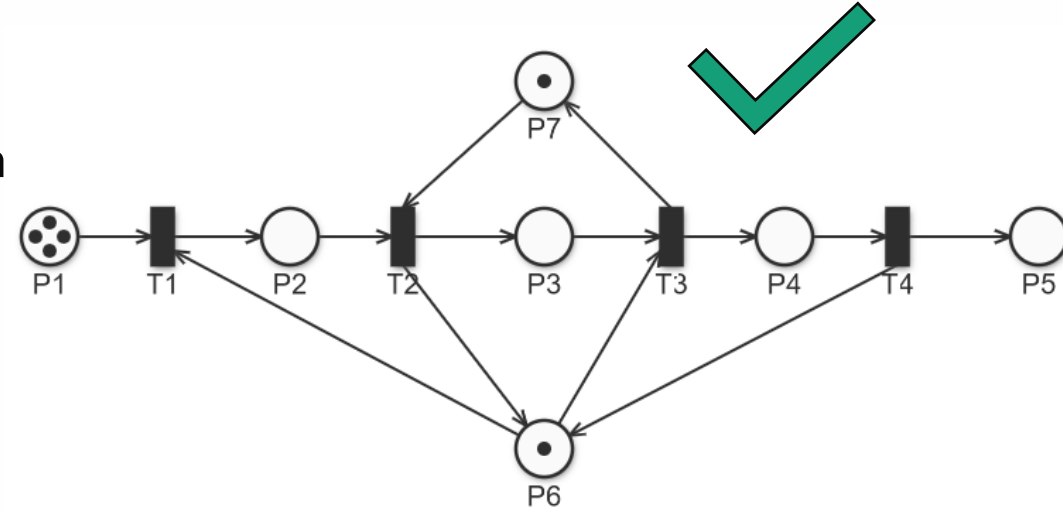
- **Warunek:** sieć jest bezpieczna, jeśli w każdym miejscu może się znajdować najwyżej jeden znacznik.
- **Interpretacja w produkcji:**
 - tylko jeden detal na maszynie lub w chwytaku robota,
 - bufor (paleta) może przyjąć tylko jeden detal.



Analiza sieci Petriego

Conservativeness (zachowawczość)

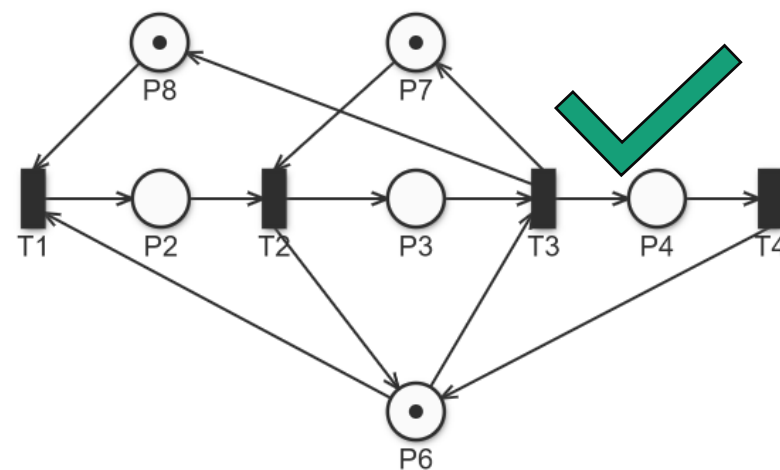
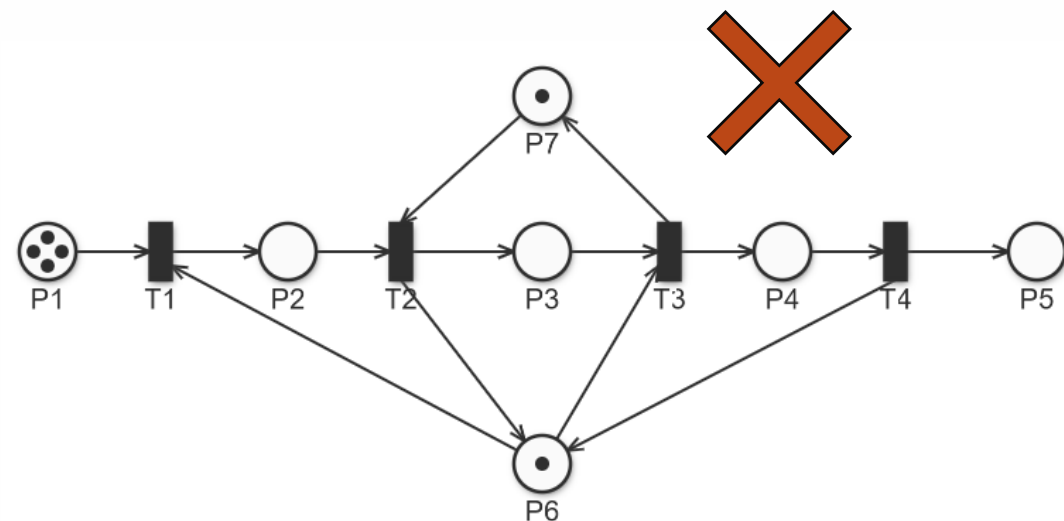
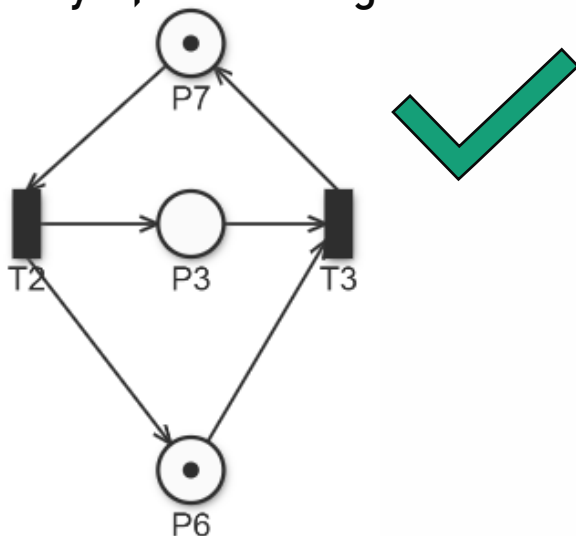
- **Warunek:** liczba tokenów w całej sieci jest zawsze stała dla wszystkich osiągalnych znakowań.
- **Interpretacja w produkcji:**
 - w gnieździe produkcyjnym nie pojawiają się nowe detale ani nie znikają istniejące detale,
 - linia produkcyjna „nie gubi” detali,
 - liczba detali w obiegu gniazda produkcyjnego jest stała.



Analiza sieci Petriego

Repetitiveness (powtarzalność)

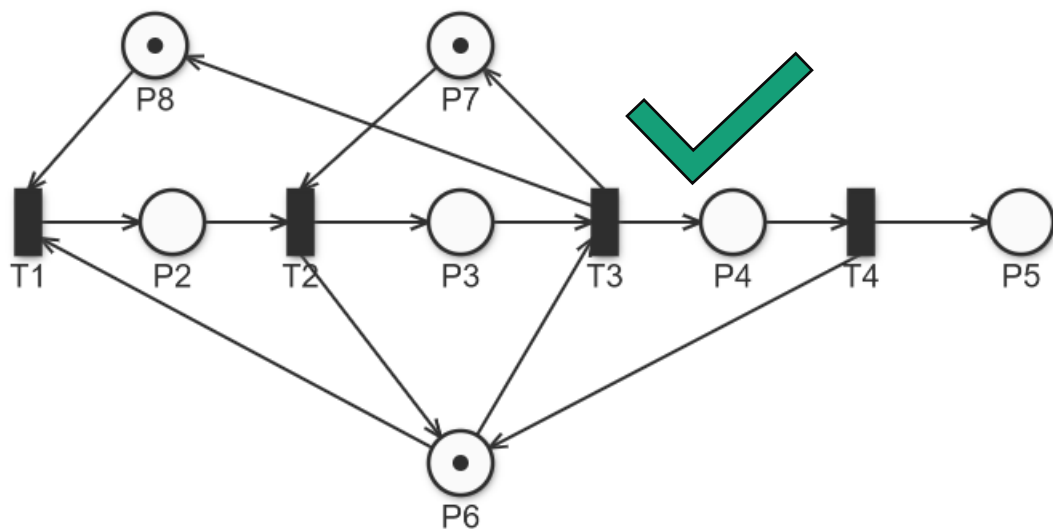
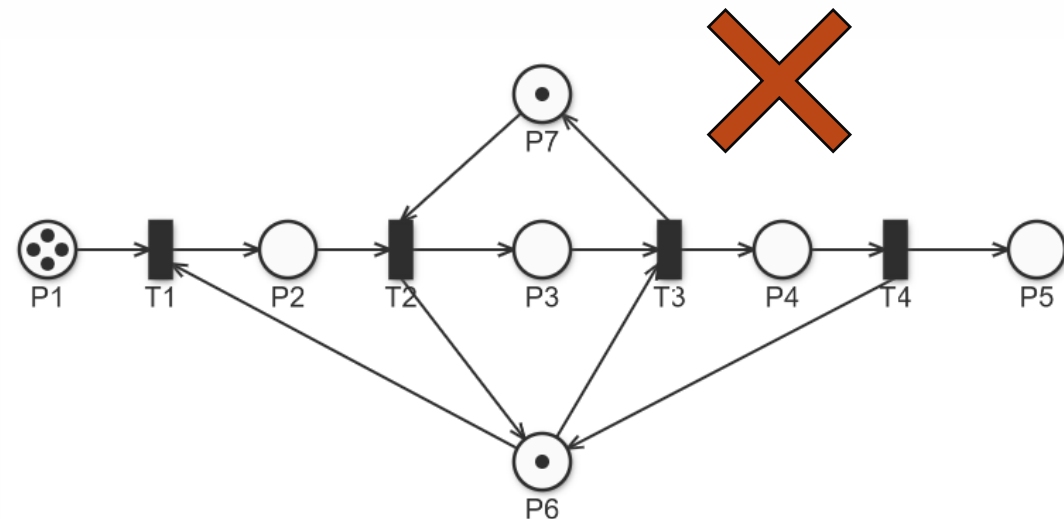
- **Warunek:** każda tranzycja może być odpalana nieskończenie wiele razy w cyklu.
- **Interpretacja w produkcji:**
 - powtarzalność nie jest tożsama z cyklicznym działaniem gniazda produkcyjnego,
 - gdy cykl produkcyjny nie jest zamknięty, to model produkcyjny nie jest powtarzalny w sensie matematycznym, mimo że gniazdo działa cyklicznie.



Analiza sieci Petriego

Liveness (żywość)

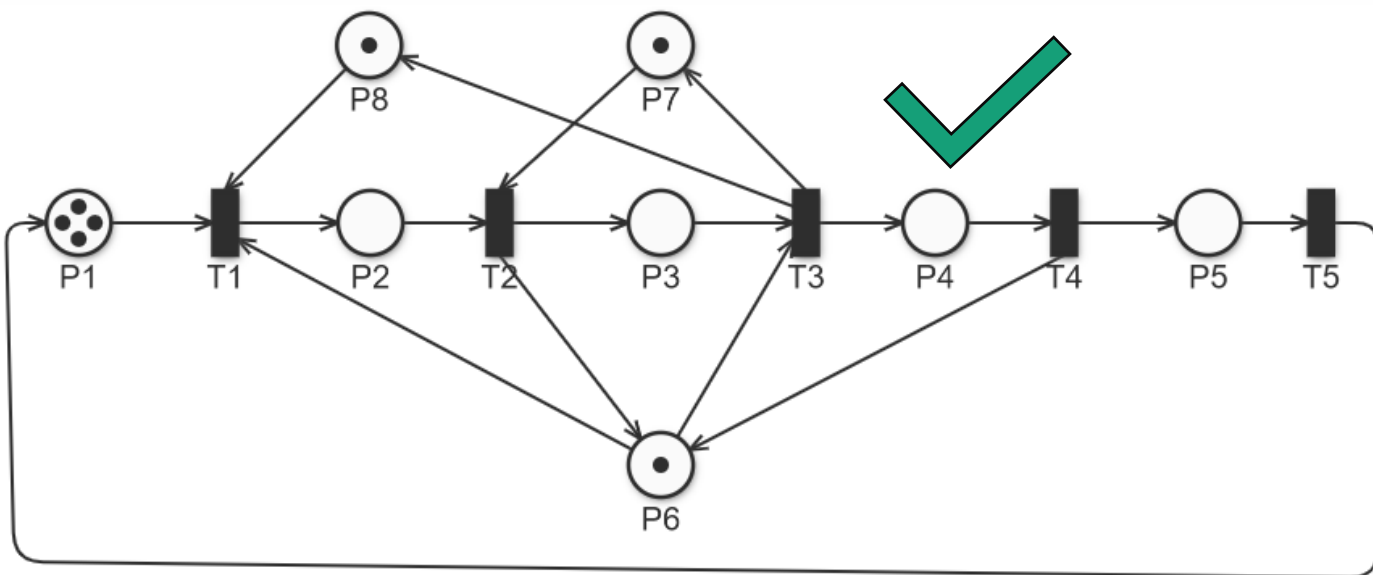
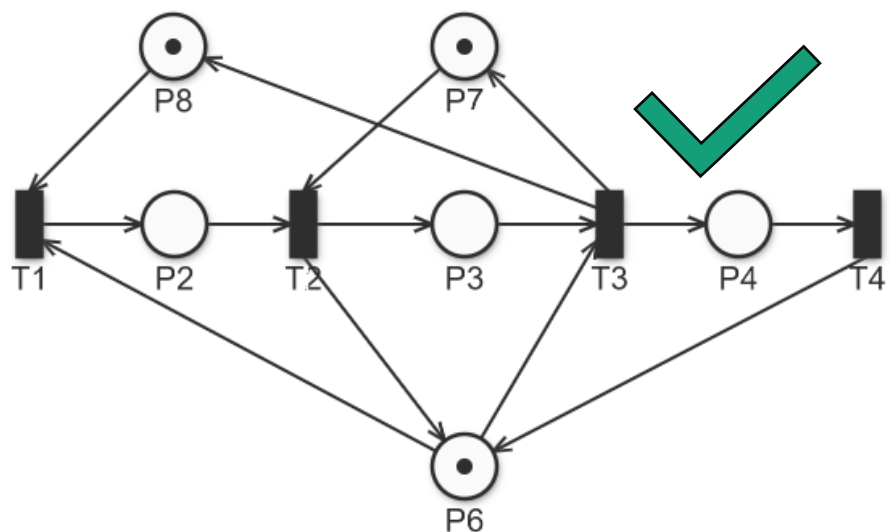
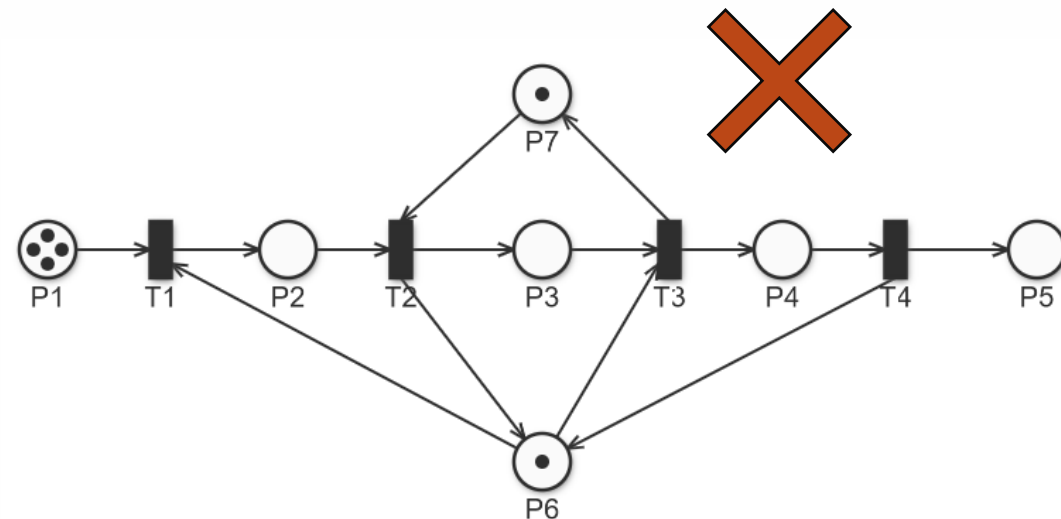
- **Warunek:** sieć jest żywa, jeśli żadne przejście nigdy nie staje się trwale zablokowane (każde przejście może być potencjalnie uruchomione w przyszłości).
- **Interpretacja w produkcji:**
 - brak sytuacji, w której system wykonuje działanie, po którym nic nie może się już wydarzyć,
 - typowe dla nieskończonych procesów.



Analiza sieci Petriego

Reversibility (odwracalność)

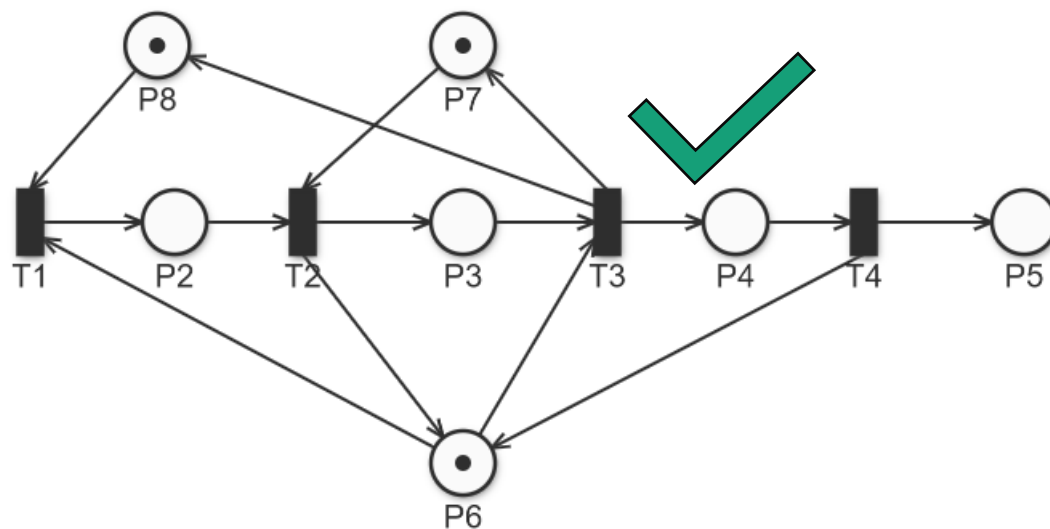
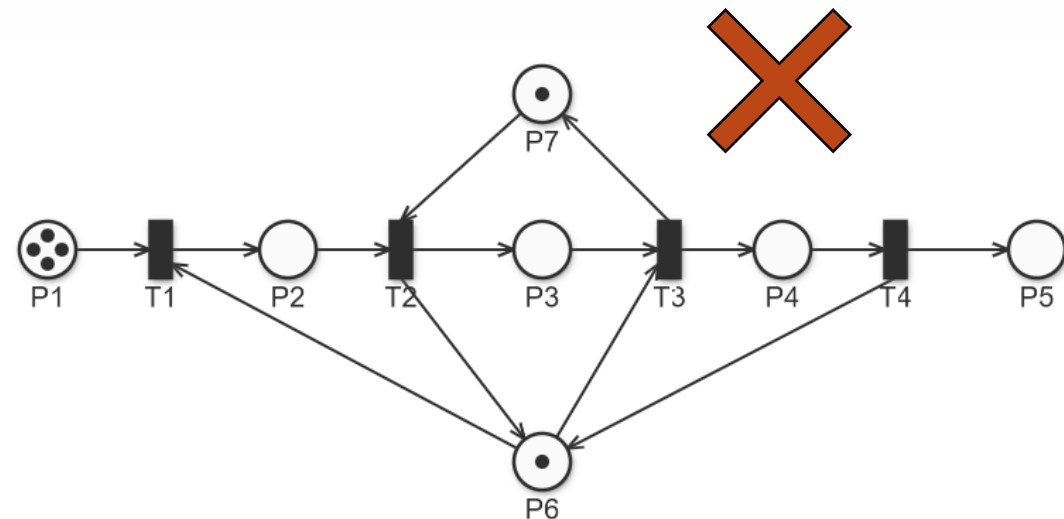
- **Warunek:** z każdego stanu sieci można wrócić do stanu początkowego (znakowania początkowego).
- **Interpretacja w produkcji:**
 - charakterystyczne dla procesów cyklicznych,
 - gniazda produkcyjne z założoną z góry skończoną liczbą detali nie spełniają tego założenia.



Analiza sieci Petriego

Deadlock-free (brak zakleszczeń)

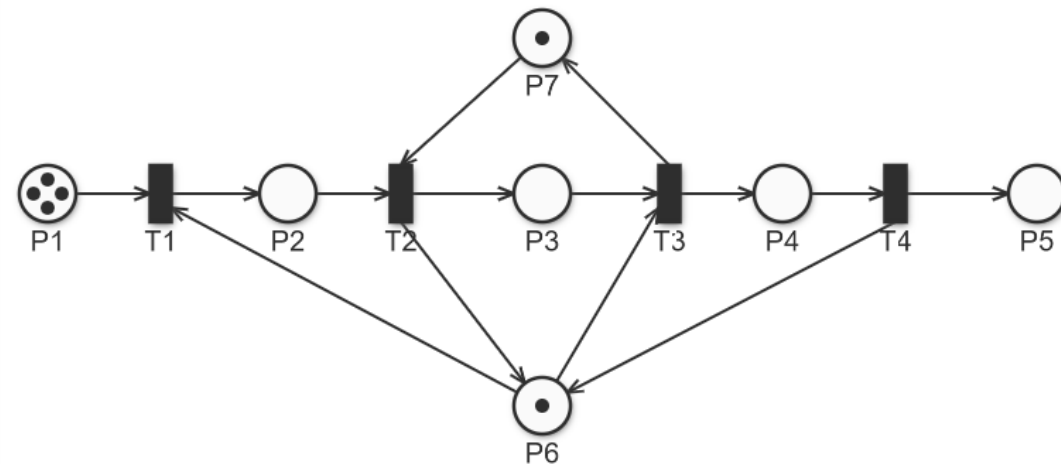
- **Warunek:** sieć nigdy nie dojdzie do stanu, po którym nie będzie możliwe odpalenie żadnej tranzycji (zawsze istnieje jakaś tranzycja, którą można odpalić).
- **Interpretacja w produkcji:**
 - brak problemu zakleszczenia robota,
 - występuje, gdy liczba napływających detali jest nieskończona, a bufor końcowy może przyjąć ich nieskończoną liczbę.



Analiza sieci Petriego

Reachability (osiągalność)

- **Warunek:** można osiągnąć zakładany stan sieci (domyślnie stan, w którym wszystkie miejsca są puste) rozpoczynając od znakowania początkowego.
- **Interpretacja w produkcji:**
 - Możliwość dojścia do wybranego stanu (np. opróżnienia buforów).



Podsumowanie

Kluczowe cechy w modelowaniu gniazd produkcyjnych to najczęściej:

- **Boundedness (ograniczoność):** bufory, magazyny, zasoby mają fizyczne limity. Model bez ograniczoności może generować niefizyczne stany (np. 1000 części w buforze o pojemności 5).
- **Deadlock-free (brak zakleszczeń):** zakleszczenie to zatrzymanie produkcji. W gniazdach produkcyjnych to krytyczny problem (np. robot czeka na część, a część czeka na robota).
- **Liveness (żywość):** gwarantuje, że każdy element procesu może działać dalej.
- **Safety (bezpieczeństwo):** istotne przy modelowaniu zasobów jednostkowych (maszyna, chwytak, stanowisko). Zapobiega sytuacjom, w których dwie części jednocześnie są na jednej maszynie.
- **Conservativeness (zachowawczość):** istotne, gdy w systemie liczba części w obiegu jest stała. Pozwala wykryć błędy typu „tworzenie części z powietrza”.

Analiza sieci Petriego

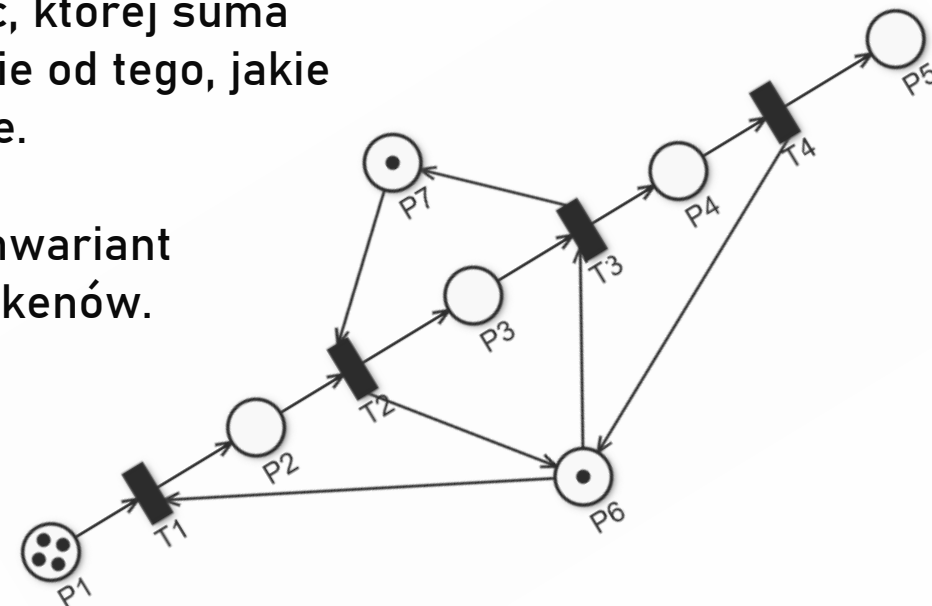
P-inwarianty

P-inwariant to stała kombinacja miejsc, której suma tokenów nigdy się nie zmienia, niezależnie od tego, jakie przejścia zostaną odpalone.

W miejscach, które obejmuje P-inwariant zawsze łącznie jest samo tokenów.

Interpretacja produkcyjna: P-inwarianty odpowiadają zasobom, które nie mogą zniknąć ani się pojawić znikąd:

- liczba części w obiegu jest stała,
- liczba palet jest stała,
- liczba robotów jest stała,
- liczba uchwytów robota jest stała.



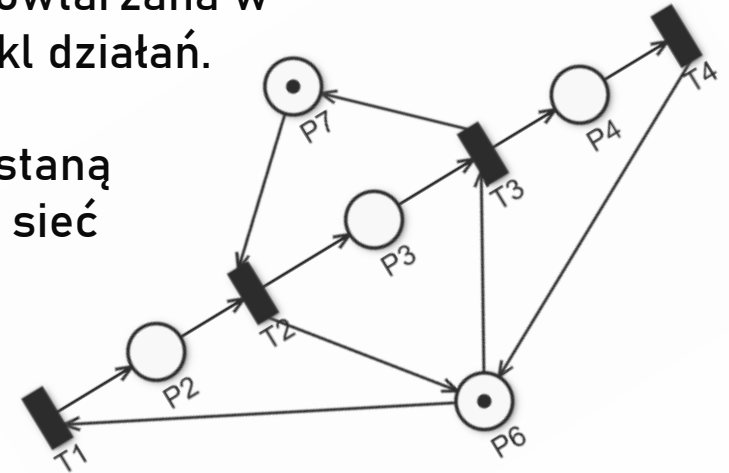
P-inwariant dowodzi ograniczoności (boundedness) i gwarantuje, że model nie tworzy tokenów „z powietrza”.

Analiza sieci Petriego

T-inwarianty

T-inwariant to sekwencja przejść, która zaczyna się i kończy w dokładnie tym samym znakowaniu, może być powtarzana w nieskończoność i reprezentuje zamknięty cykl działań.

Jeśli przejścia objęte T-inwariantem zostaną odpalone w odpowiedniej kolejności, to sieć wróci do stanu początkowego.



Interpretacja produkcyjna: T-inwarianty odpowiadają zamkniętym cyklom produkcyjnym:

- modelowane operacje razem tworzą zamknięty cykl (np. pobranie części, obróbka, transport, odkładanie, powrót do początku),
- po wykonaniu cyklu system wraca do punktu wyjścia,
- cykl można powtarzać nieskończenie wiele razy.

T-inwariant dowodzi powtarzalności (repetitiveness) i pozwala identyfikować zamknięte cykle produkcyjne.

Treść przykładu nr 2

Utwórz model zrobotyzowanego gniazda produkcyjnego stosując sieć Petriego. Gniazdo produkcyjne składa się z robota, stanowiska z imadłem pneumatycznym oraz trzech palet. Paleta 1 przeznaczona jest na tulejki (5 szt.), na palecie 2 są składowane pierścienie (5 szt.), a na palecie 3 odkładane są zmontowane zespoły. Robot pobiera tuleję z palety 1 i przenosi ją na stanowisko z imadłem. Następnie robot odpowiednio mocuje tuleję w imadle, imadło zamyka się i tuleja oczekuje na montaż pierścienia. Po zamocowaniu tulei w imadle, robot pobiera pierścień z palety 2 i przenosi go na stanowisko z imadłem. Następnie robot umieszcza pierścień w tulei. Po zamocowaniu pierścienia imadło zostaje otwarte, a robot pobiera zmontowany zespół i odkłada go na palecie 3. Przyjmij, że robot może przenosić w danej chwili jeden przedmiot, a w imadle można zamocować również tylko jedną tulejkę. Wykonaj analizę poprawności modelu stosując graf znakowań osiągalnych.



Paleta 3



Imadło
pneumatyczne



Robot

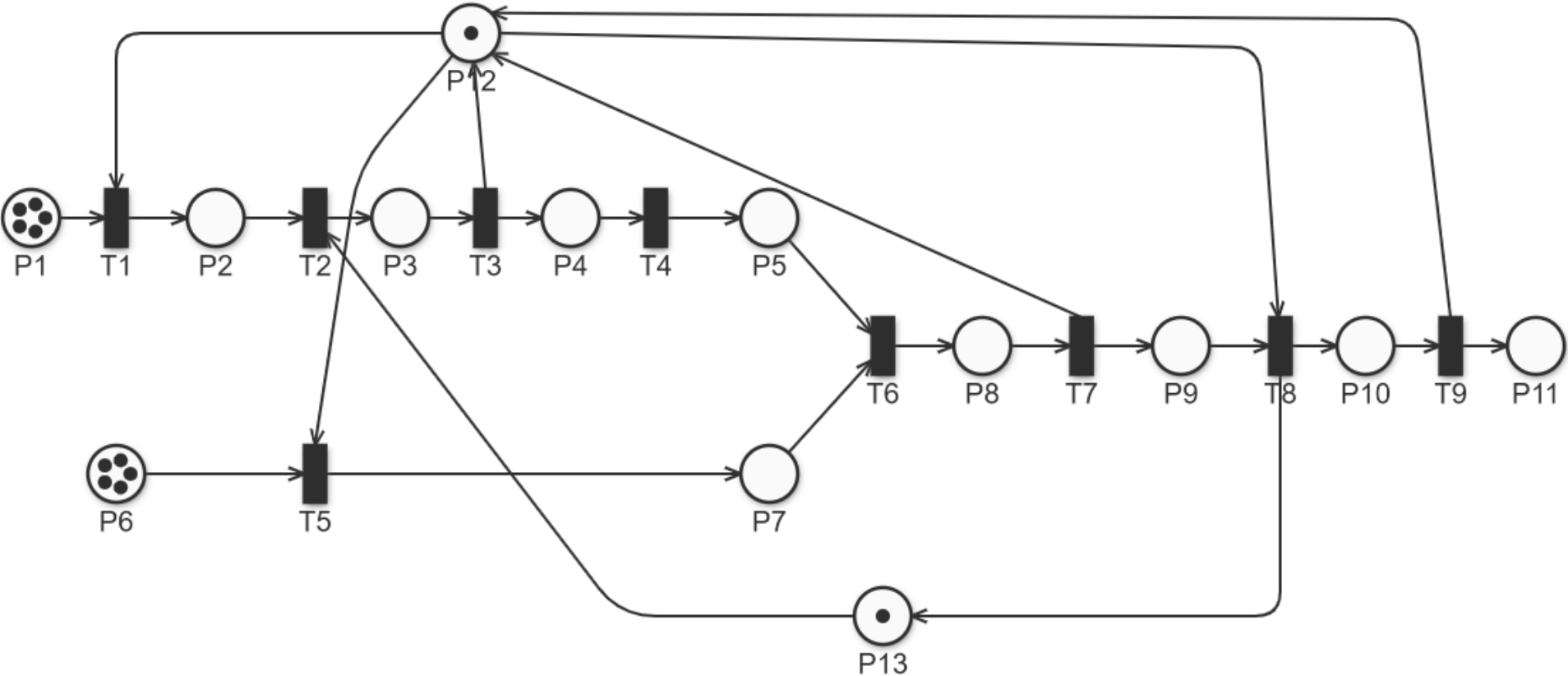


Paleta 1
Tulejki (5 szt.)



Paleta 2
Pierścienie (5 szt.)

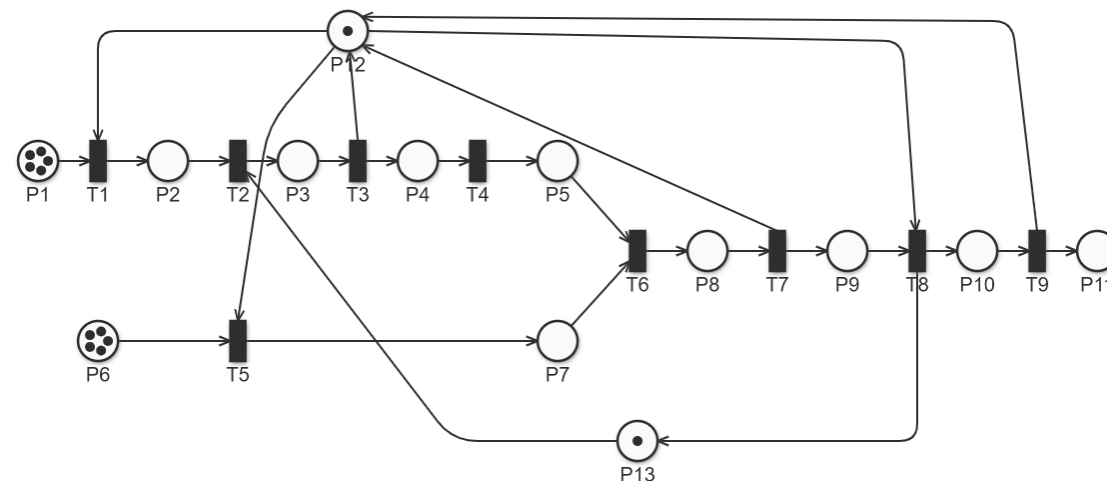
Wstępna sieć Petriego do przykładu nr 2



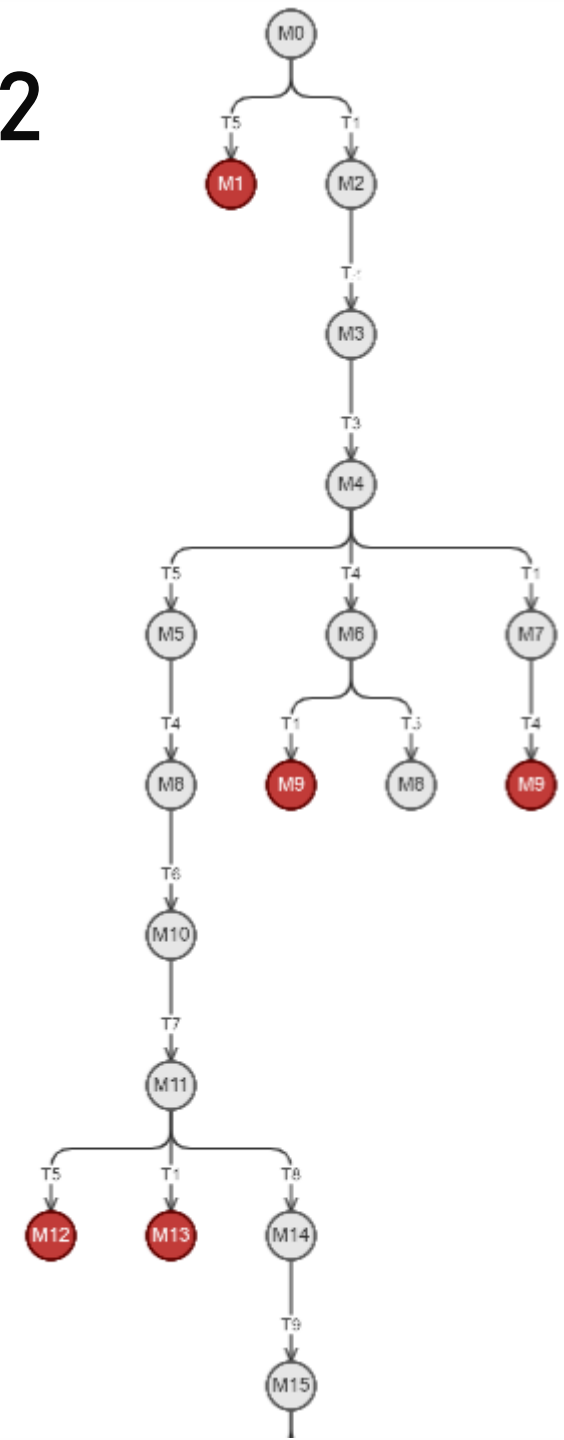
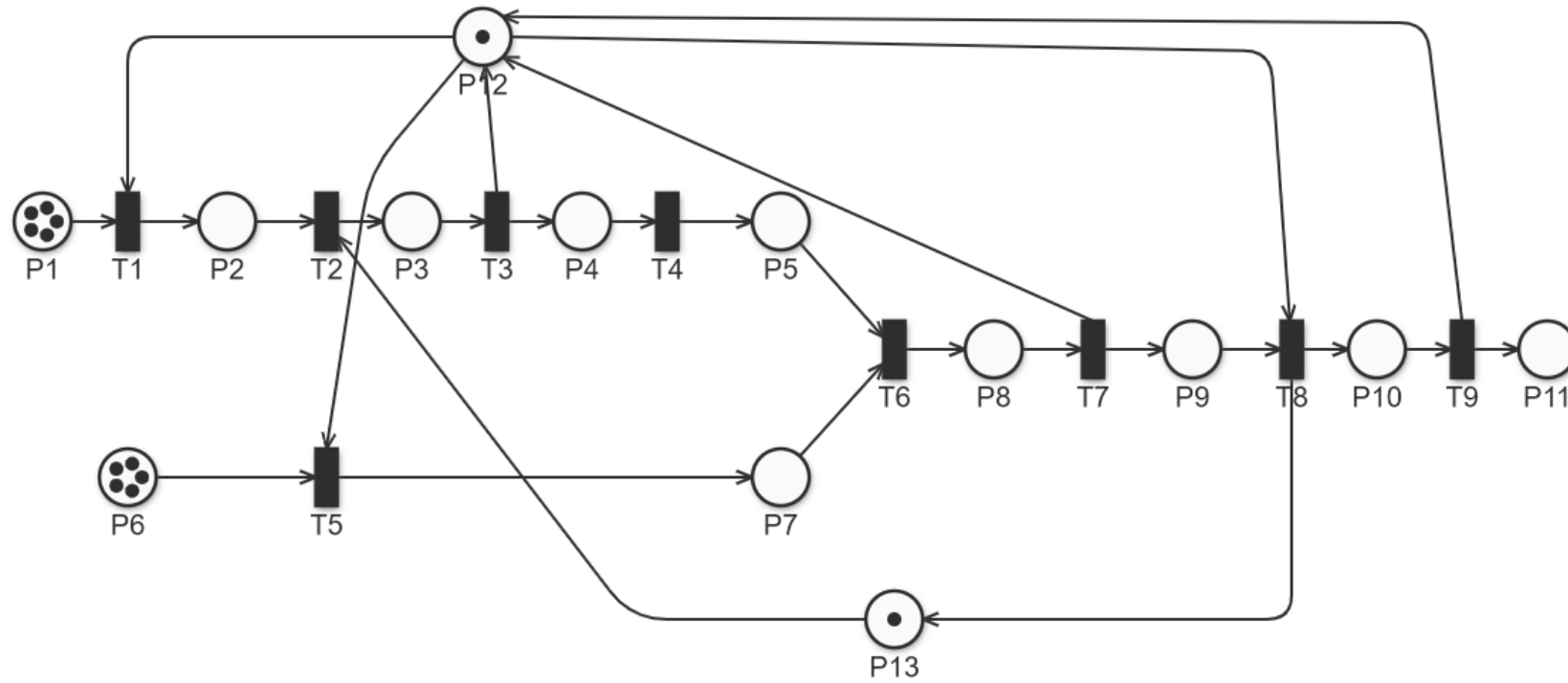
Opis miejsc i przejść do przykładu nr 2

- P1 – stan palety 1 (liczba tulei oczekujących na palecie 1)
- P2 – stan tulei w trakcie transportu z palety 1 do imadła
- P3 – stan tulei w trakcie mocowania tulei w imadle
- P4 – stan tulei w trakcie zamykania się imadła
- P5 – stan tulei w trakcie oczekiwania na montaż pierścienia
- P6 – stan palety 2 (liczba pierścieni oczekujących na palecie 2)
- P7 – stan pierścienia w trakcie transportu z palety 2 do imadła
- P8 – stan zespołu w trakcie montażu pierścienia w tulei
- P9 – stan zespołu w trakcie otwierania się imadła
- P10 – stan zespołu w trakcie transportu z imadła na paletę 3
- P11 – stan palety 3 (liczba zmontowanych zespołów pierścienia i tulei)
- P12 – stan robota (robot w stanie gotowości do podjęcia czynności transportowych)
- P13 – stan imadła (imadło jest wolne)
- T1 – robot rozpoczyna transport tulei z palety 1 na imadło

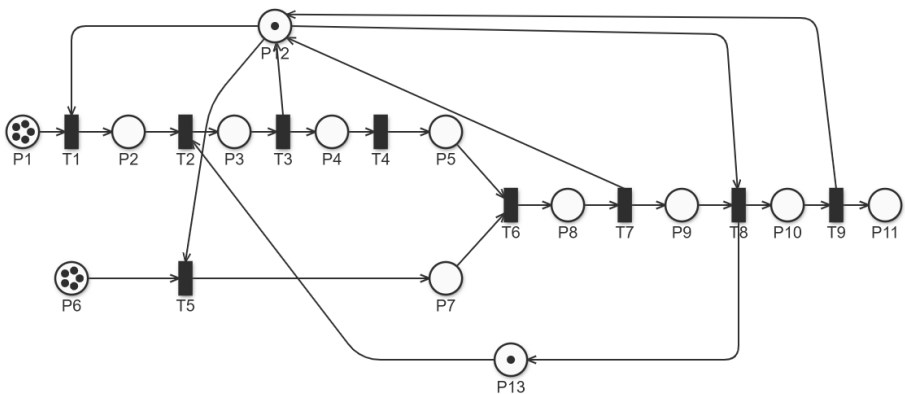
- T2 – zakończenie transportu tulei na imadło i początek mocowania tulei w imadle
- T3 – zakończenie mocowania tulei w imadle i rozpoczęcie zamykania się imadła
- T4 – zakończenie zamykania się imadła (imadło zostaje zamknięte)
- T5 – robot rozpoczyna transport pierścienia z palety 2 na imadło
- T6 – zakończenie transportu pierścienia na imadło i początek montażu pierścienia w tulei
- T7 – zakończenie montażu pierścienia w tulei i rozpoczęcie otwierania się imadła
- T8 – zakończenie otwierania się imadła i początek transportu zespołu z imadła na paletę 3
- T9 – zakończenie transportu na paletę 3 (robot umieszcza przedmiot na palecie 3)



Graf znakowań osiągalnych do przykładu nr 2



Tworzenie grafu znakowań osiągalnych



$$M_0 = (5; 0; 0; 0; 0; 5; 0; 0; 0; 0; 0; 1; 1)$$

$$(4; 1; 0; 0; 0; 5; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 1)$$

$$(5; 0; 0; 0; 0; 4; 1; 0; 0; 0; 0; 0; 1)$$

Znakowanie martwe (robot przenosi pierścień, gdy brak tulejki w imadle)

(1)

$$(4; 0; 1; 0; 0; 5; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0)$$

$$(4; 0; 0; 1; 0; 5; 0; 0; 0; 0; 0; 1; 0)$$

$$(4; 0; 0; 1; 0; 4; 1; 0; 0; 0; 0; 0; 0)$$

Znakowanie martwe (robot bierze kolejną tulejkę gdy imadło jest już zajęte)

(2)

Znakowanie martwe (robot bierze kolejną tulejkę gdy imadło jest już zajęte)

$$(3; 1; 0; 1; 0; 5; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0)$$

$$(3; 1; 0; 0; 1; 5; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0)$$

$$(4; 0; 0; 0; 1; 5; 0; 0; 0; 0; 0; 1; 0)$$

$$(4; 0; 0; 0; 1; 4; 1; 0; 0; 0; 0; 0; 0)$$

$$(4; 0; 0; 0; 0; 4; 0; 1; 0; 0; 0; 0; 0)$$

$$(4; 0; 0; 0; 0; 4; 0; 0; 1; 0; 0; 1; 0)$$

$$(4; 0; 0; 0; 0; 3; 1; 0; 1; 0; 0; 0; 0)$$

Znakowanie martwe (robot umieszcza kolejny pierścień w tulejce)

(3)

(2)

Znakowanie martwe (robot bierze kolejną tulejkę gdy imadło jest już zajęte) i tak dalej aż do znakowania

$$(3; 1; 0; 0; 0; 4; 0; 0; 1; 0; 0; 0; 0)$$

$$(0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 5; 1; 1)$$

$$(4; 0; 0; 0; 0; 4; 0; 0; 0; 1; 0; 0; 1)$$

$$(4; 0; 0; 0; 0; 4; 0; 0; 0; 0; 1; 1; 1)$$

$$\dots$$

$$\dots$$

Analiza grafu znakowań osiągalnych

Utworzony graf symulujący możliwości zaprogramowania zrobotyzowanego stanowiska montażu ujawnia trzy rodzaje sytuacji, w których dochodzi do zastoju sieci: (1) robot próbuje umieścić pierścień, gdy w imadle nie ma jeszcze tulejki; (2) robot próbuje umieścić kolejną tulejkę w zajętej już imadle; (3) robot próbuje umieścić kolejny pierścień w tulejce, w której już znajduje się wcześniej zamontowany pierścień.

(3; 1; 0; 0; 1; 5; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0)

(2) Znakowanie martwe (robot pobiera kolejną tulejkę gdy imadło jest już zajęte)

(3; 1; 0; 0; 0; 4; 0; 0; 1; 0; 0; 0; 0)

(2) Znakowanie martwe (robot pobiera kolejną tulejkę gdy imadło jest już zajęte)

(5; 0; 0; 0; 0; 4; 1; 0; 0; 0; 0; 0; 1)

Znakowanie martwe (robot przenosi pierścień, gdy brak tulejki w imadle)

(1)

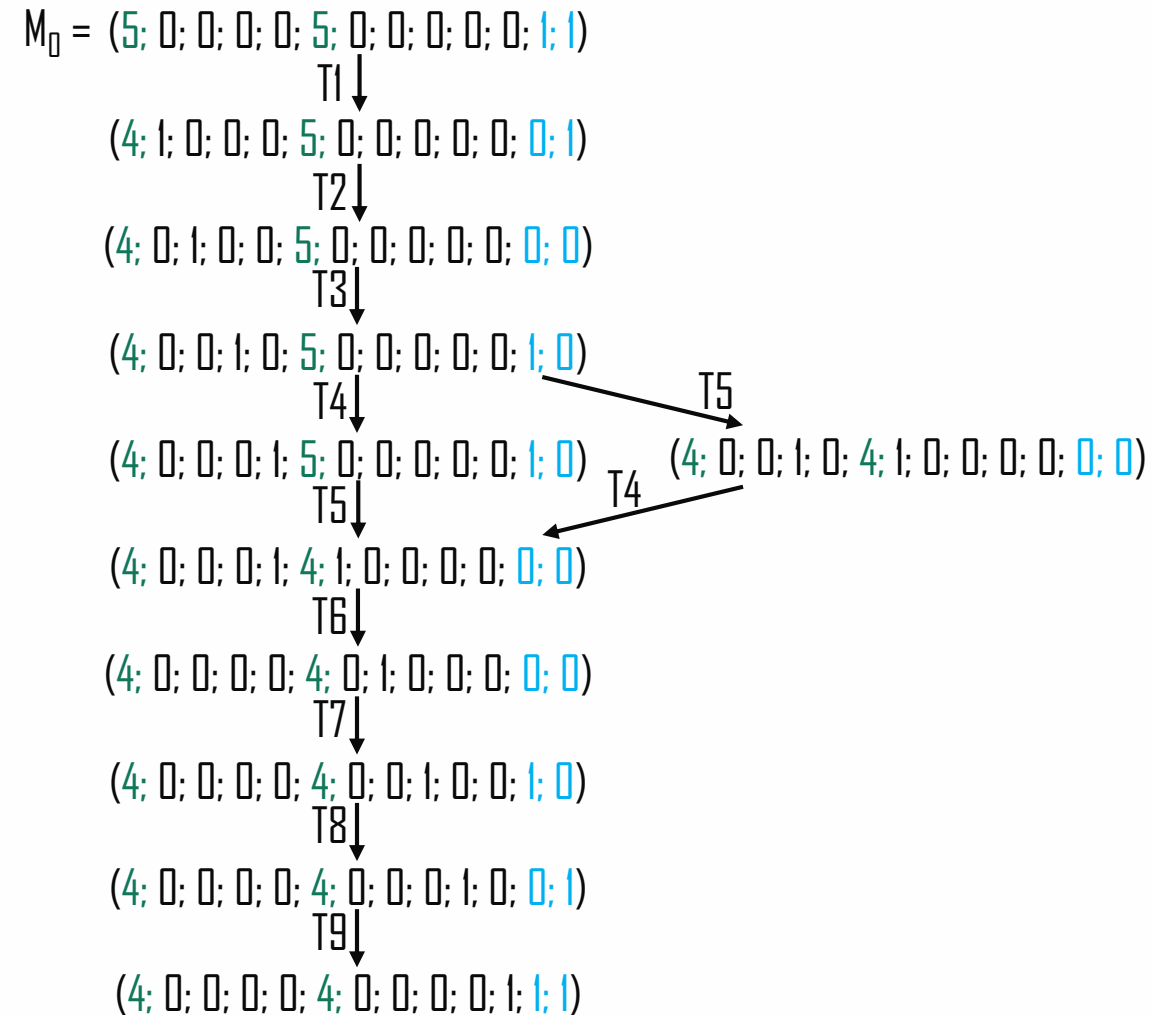
(4; 0; 0; 0; 0; 3; 1; 0; 1; 0; 0; 0; 0)

Znakowanie martwe (robot umieszcza kolejny pierścień w tulejce)

(3)

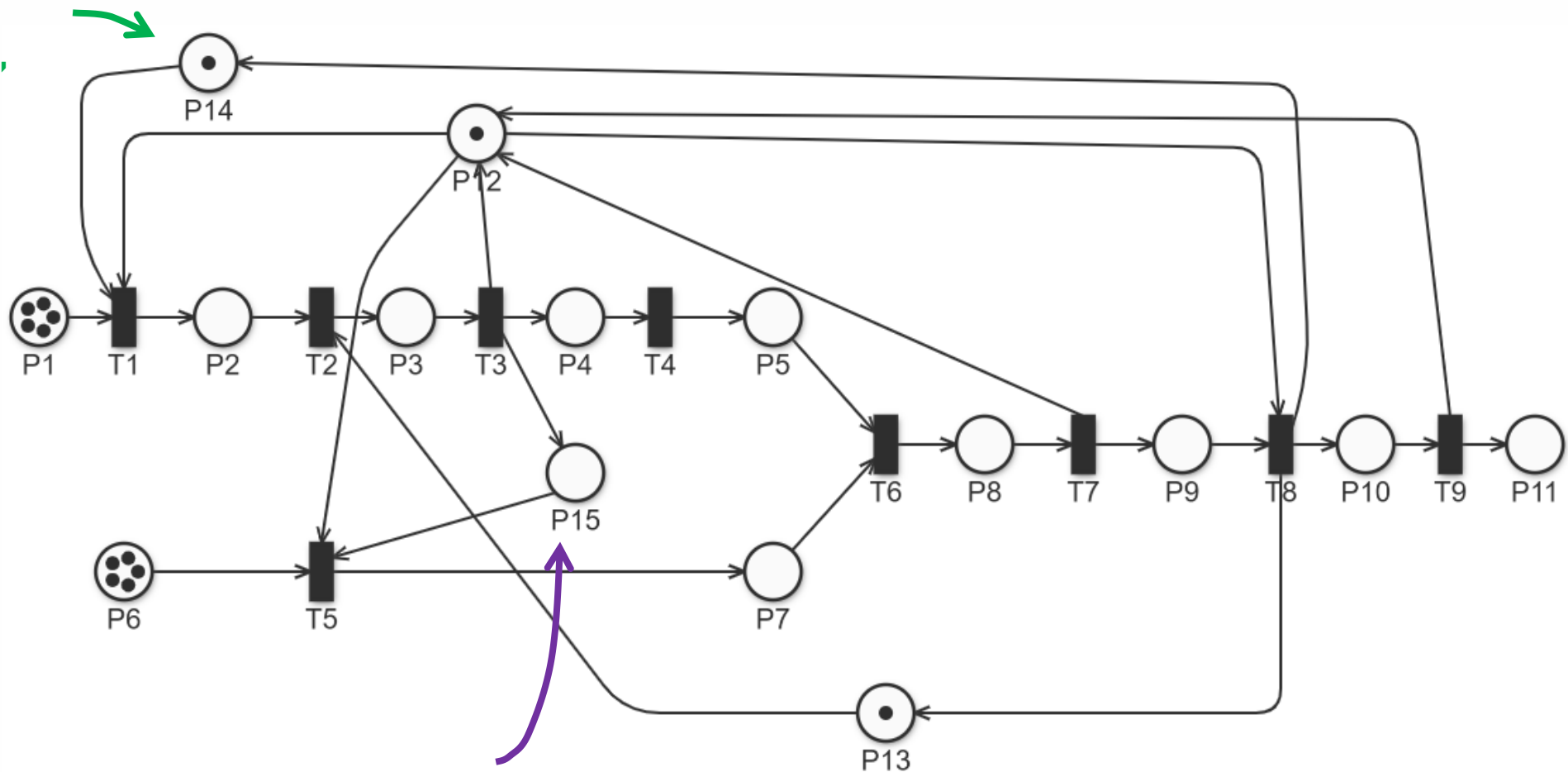
Analiza grafu znakowań osiągalnych

- Po rozpisaniu procesu montażu za pomocą grafu można dokonać jego analizy, polegającej na sprawdzeniu kolejności wykonywanych operacji lub zabiegów montażowych.
- Wyznaczanie kolejnych znakowań osiągalnych pokazuje, czy jest możliwy więcej niż jeden wariant przebiegu procesu.
- Dla analizowanego przykładu istnieją dwa ciągi przejść, świadczące o prawidłowo zaprojektowanej pracy zrobotyzowanego stanowiska montażu:
 1. [T1, T2, T3, T4, T5, T6, T7, T8, T9]
 2. [T1, T2, T3, T5, T4, T6, T7, T8, T9]



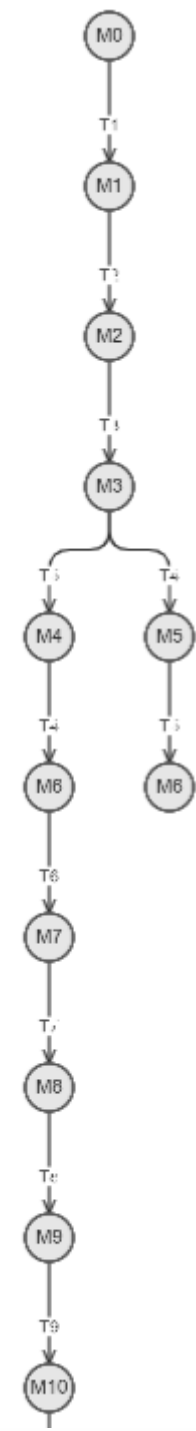
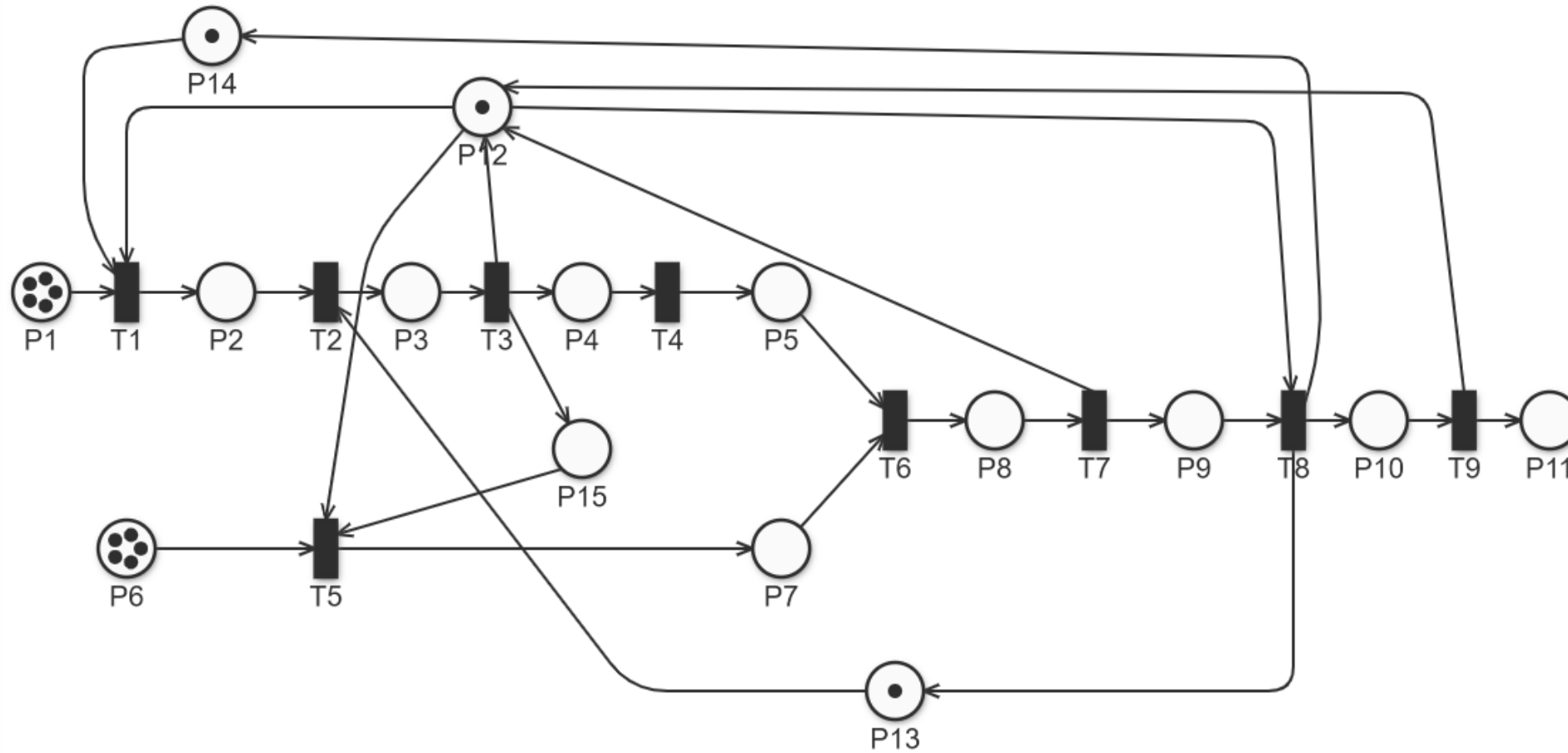
Uzupełnienie sieci Petriego o miejsca zabezpieczające

P14 zabezpiecza przed wzięciem kolejnej tulei, gdy w imadle jest już jedna tuleja



P15 zabezpiecza przed wzięciem pierścienia, gdy w imadle nie ma zamocowanej tulejki, czyli gdy imadło jest puste oraz zabezpiecza przed wzięciem kolejnego pierścienia, gdy w tulei już jest zamocowany jeden pierścień.

Graf znakowań osiągalnych z miejscami P14 i P15





**DZIĘKUJĘ ZA
UWAGĘ**